

Seminarium 1 – zagadnienia (S)

I) Wybrane zagadnienia matematyczne

- 1. Pomiar kątów 2D/3D, funkcje trygonometryczne**
- 2. Analiza Fouriera**
- 3. Wektory/skalary, pojęcie pola**
- 4. Wyrażanie wyników pomiarów**

II) Prawo absorpcji (pulsoksymetr)

III) Biomechanika

- 1. Ciała stałe i płyny**
- 2. Statyka - warunki równowagi ciał stałych**
- 3. Sprężystość materiałów**
- 4. Własności płynów - lepkość**
- 5. Statyka płynów - prawa fizyczne**
- 6. Pomiary ciśnień w organizmie**
- 7. Opis przepływów w organizmie człowieka**

IV) Elementy termodynamiki

- 1. Termodynamiczna charakterystyka stanu układu**
- 2. Opis układu w stanie równowagi i w stanie stacjonarnym**

I.1 Pomiar kątów 2D/3D, funkcje trygonometryczne

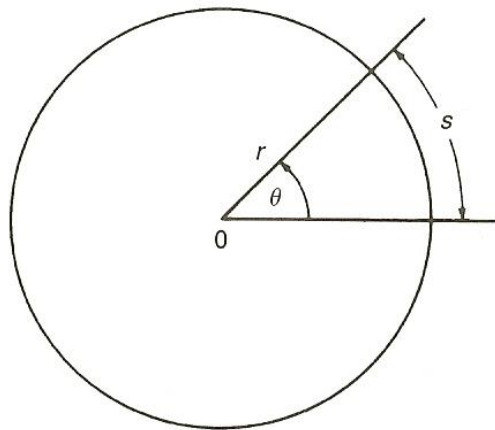
Standardowe podejście

$$1^{\circ} = 60 \text{ minut} = 60'$$

$$1 \text{ minuta} = 1' = 60 \text{ sekund} = 60''$$

$$30^{\circ}45' = 30.75^{\circ} \rightarrow \frac{45 \text{ min}}{60 \text{ min}} * 1^{\circ} = 0.75^{\circ}$$

Inny sposób pomiaru



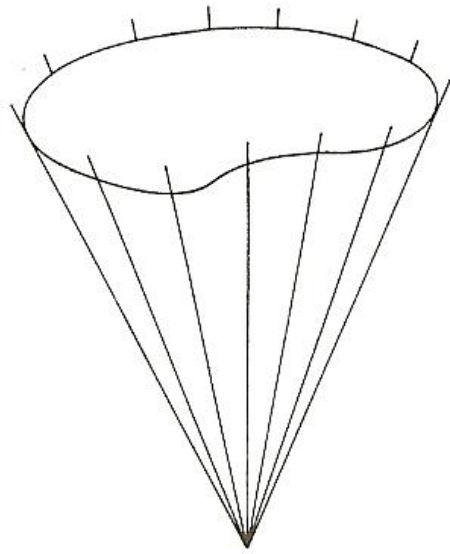
$$\Theta = \frac{s}{r}$$

Jednostka kąta = radian (rad)

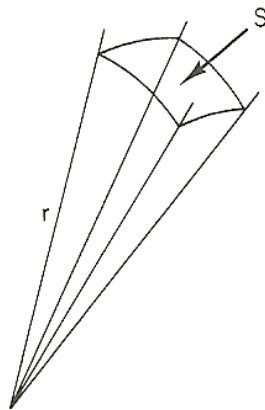
Rad	Stopnie
2π	360°
π	180°
$\pi/2$	90°
$\pi/4$	45°

$$1 \text{ rad} = 57.3^{\circ}$$

Kąty w 3D → kąt bryłowy

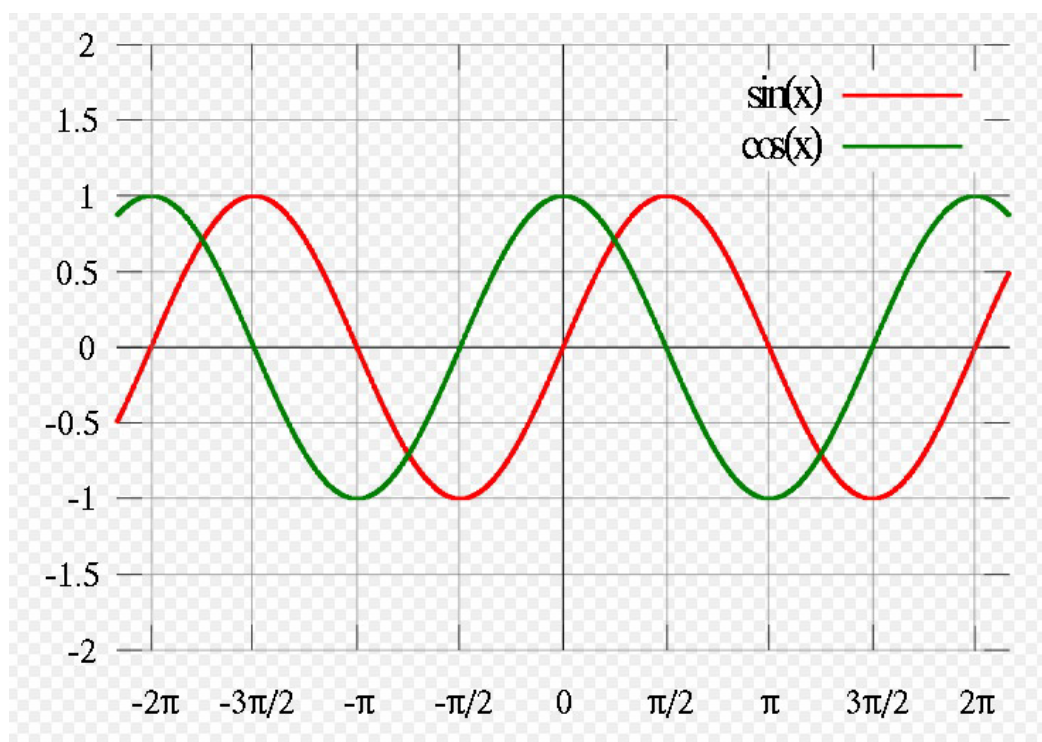


$$\Omega = \frac{S}{r^2}$$

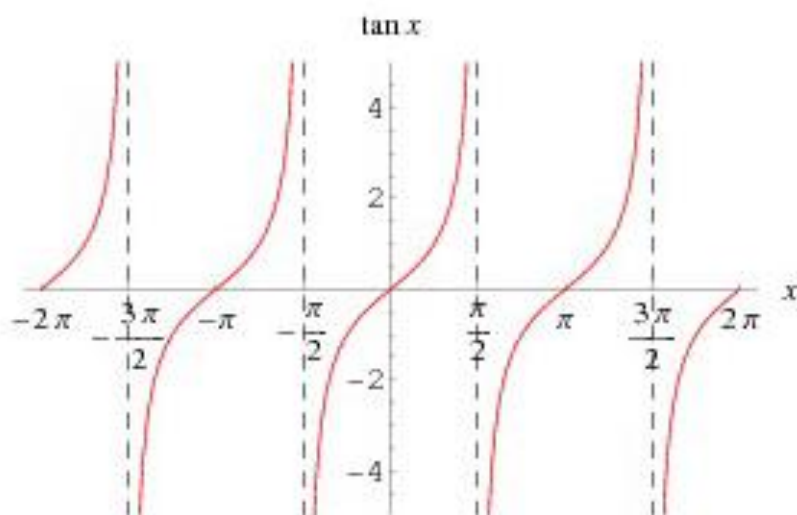


Jednostka kąta bryłowego → steradian (sr) → pełny kąt bryłowy = 4π sr

Funkcje trygonometryczne → periodyczne (2π)



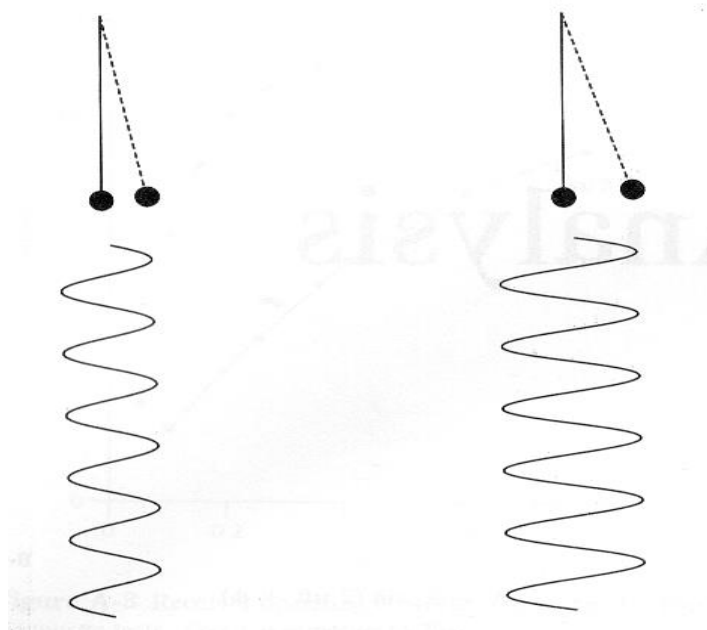
$$\tan(x) = \sin(x)/\cos(x)$$



Argument funkcji → kąt

I.2 Analiza Fouriera

Zastosowanie fizyczne → procesy periodyczne



Położenie → $-A_0$ and A_0

Okres (T) → częstotliwość (f)

$$f = \frac{1}{T} \rightarrow \text{Hz}$$

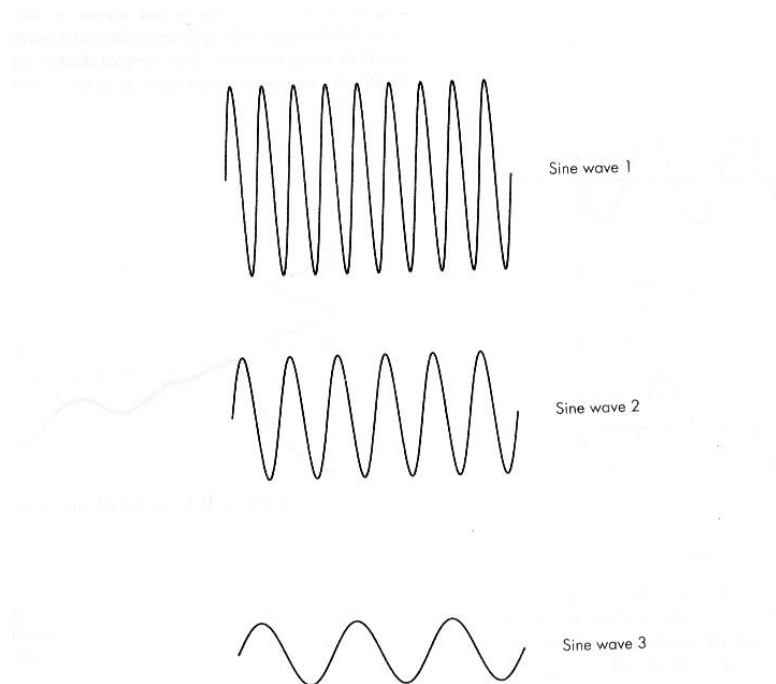
Położenie = $A_0 \cdot \sin(\text{czas})$

Pełny okres → $T \rightarrow 2\pi$

Sin argument = $2\pi \cdot (t/T) = 2\pi \cdot f \cdot t$

$$A(t) = A_0 \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$$

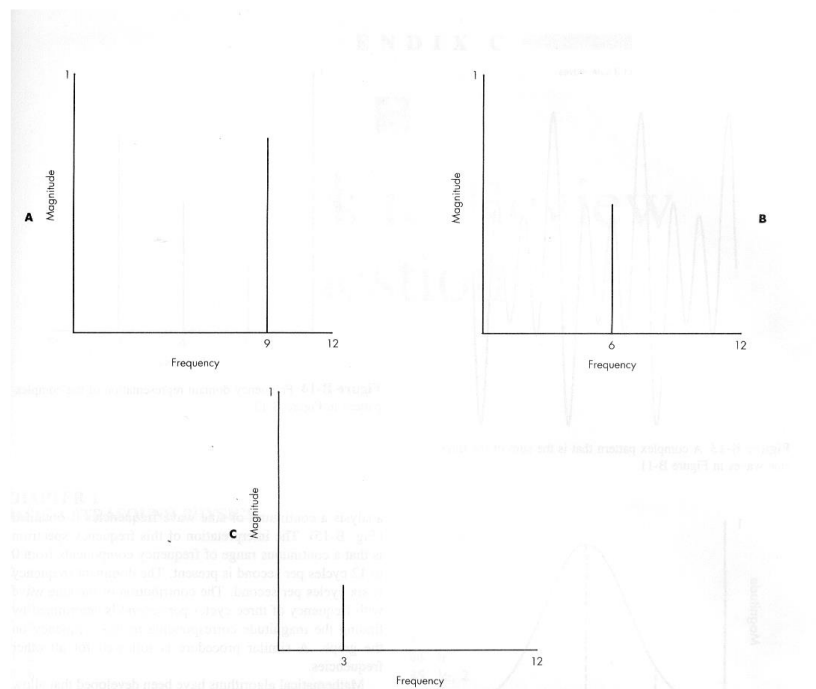
Analiza Fouriera (harmoniczna)



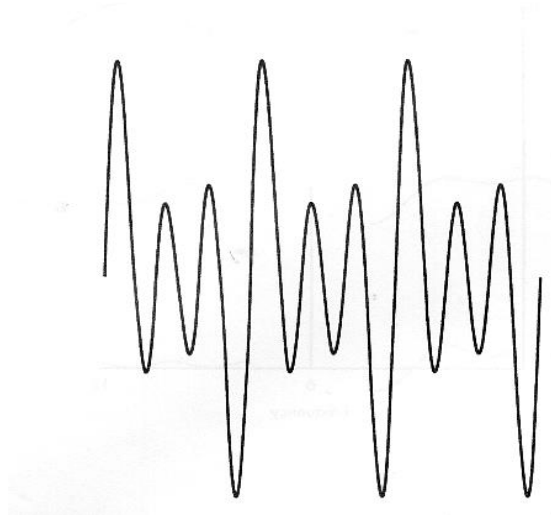
Prezentacja w domenie czasu

$$A_i(t) = A_{0i} \cdot \sin(2\pi \cdot f_i \cdot t)$$

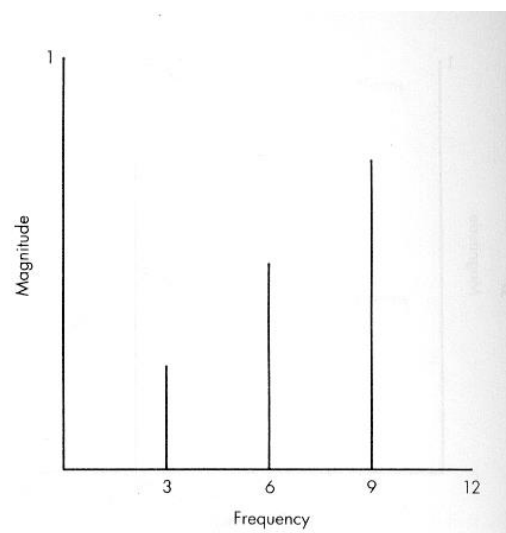
Prezentacja w domenie częstotliwości



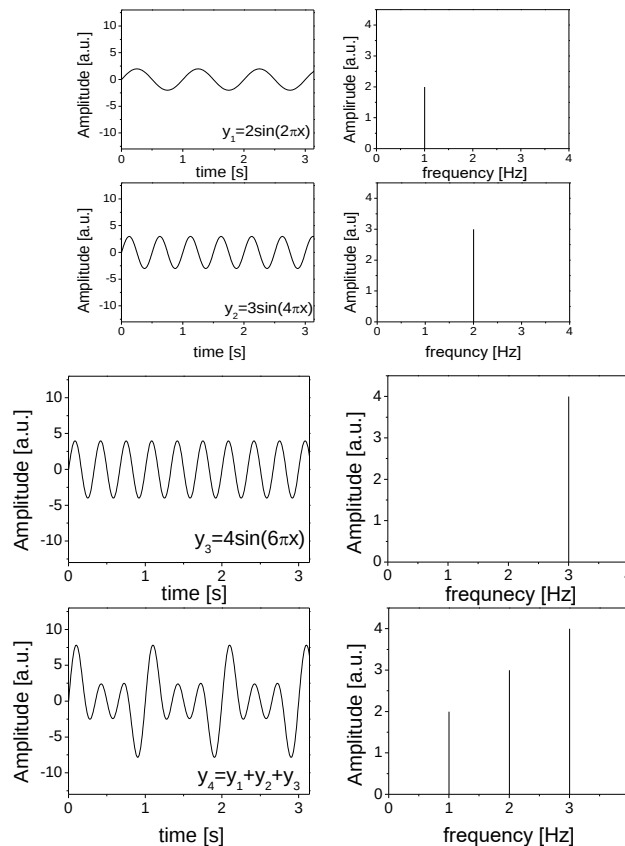
Dodajemy 3 w/w funkcje $\rightarrow A(t) = A_1(t) + A_2(t) + A_3(t)$



Prezentacja w domenie częstotliwości



Analiza Fouriera → cykliczna operacja matematyczna



Formuła matematyczna

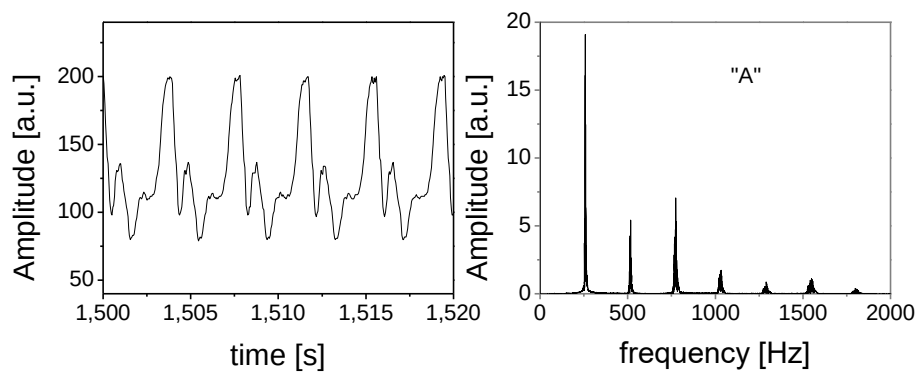
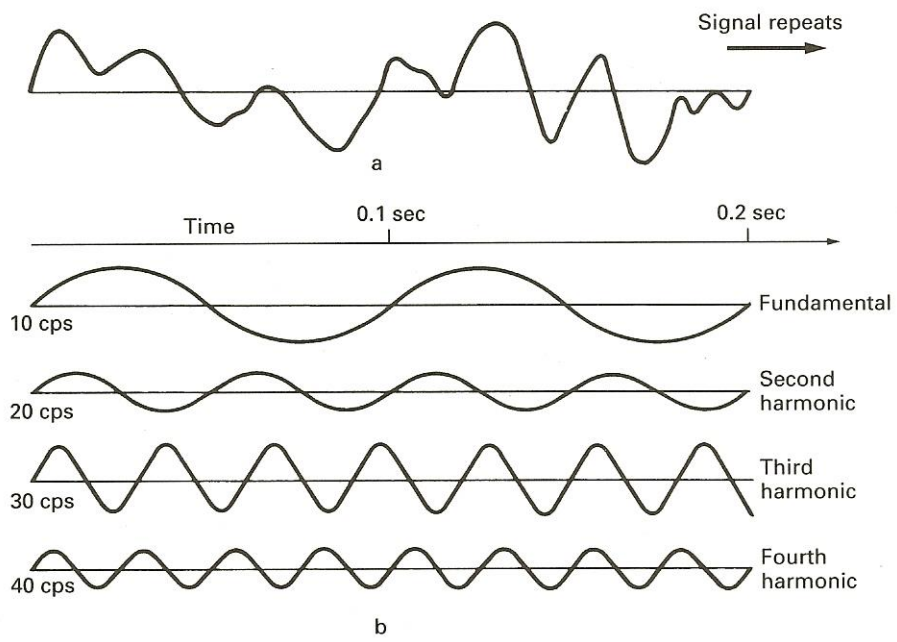
$$A(t) = \frac{1}{2}A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(2\pi * n * f * t)$$

$f_1 = 1*f \rightarrow$ częstotliwość podstawowa (1-a harmoniczna)

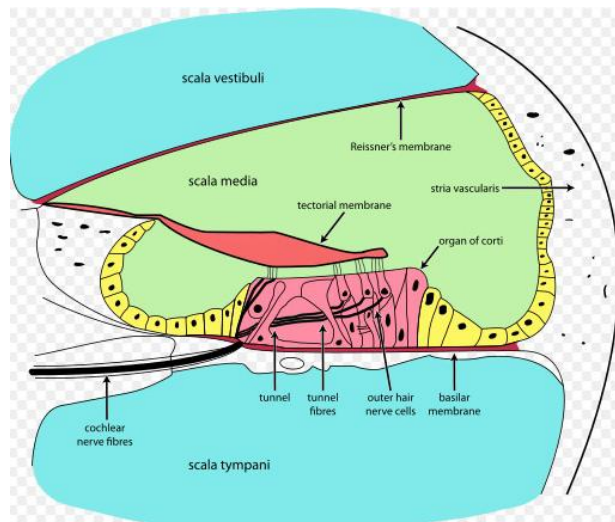
$f_2 = 2*f \rightarrow$ 2-ga harmoniczna

$f_3 = 3*f \rightarrow$ 3-cia harmoniczna

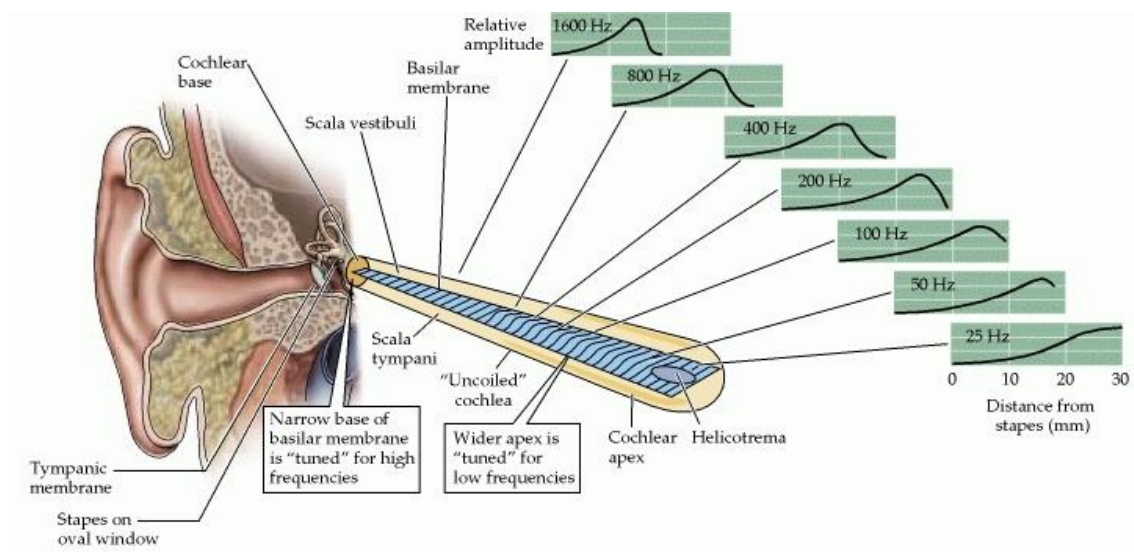
$f_n = n*f \rightarrow$ n-ta harmoniczna



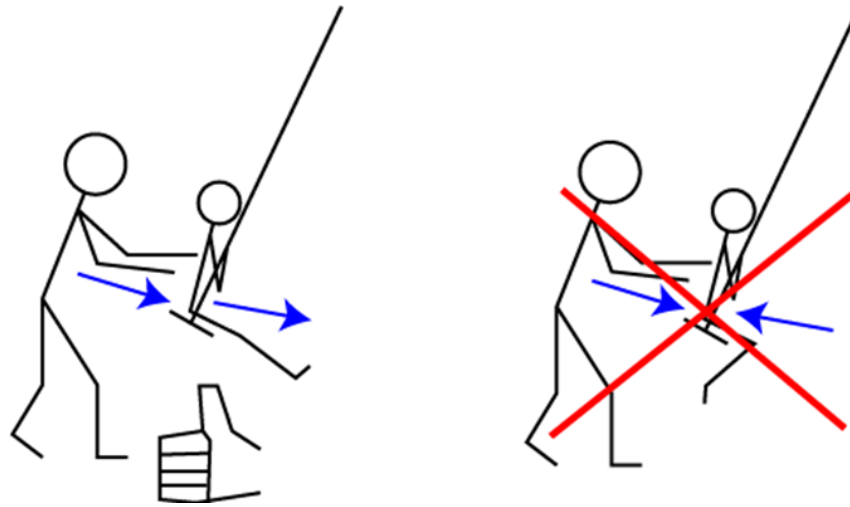
Ucho wewnętrzne (ślimak)



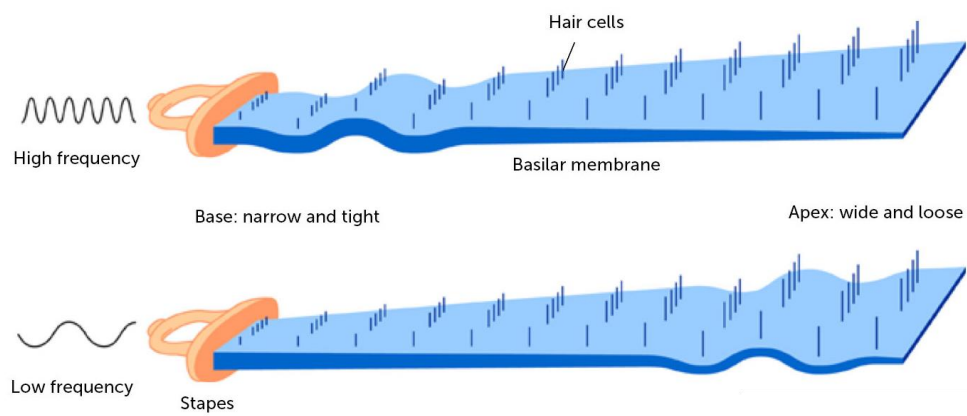
Błona podstawowa → układ rezonatorów



Zjawisko rezonansu

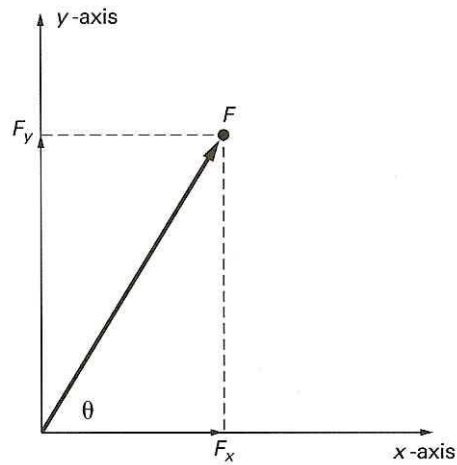


Detekcja dźwięku



I.3 Wektory/skalary, pojęcia pola

2D

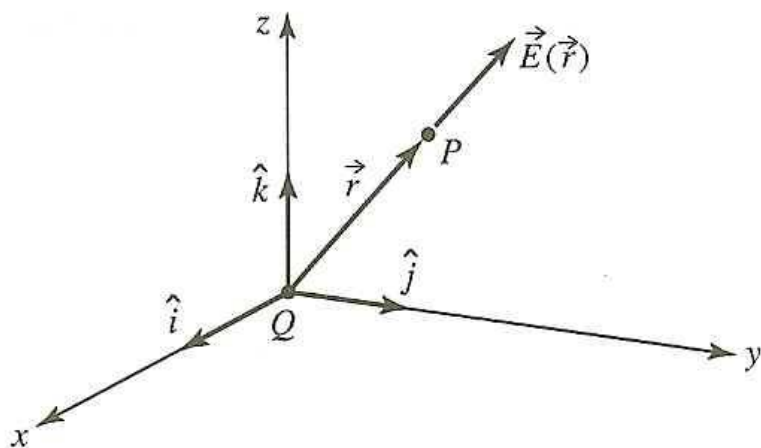


$$F_x = F \cdot \cos(\theta)$$

$$F_y = F \cdot \sin(\theta)$$

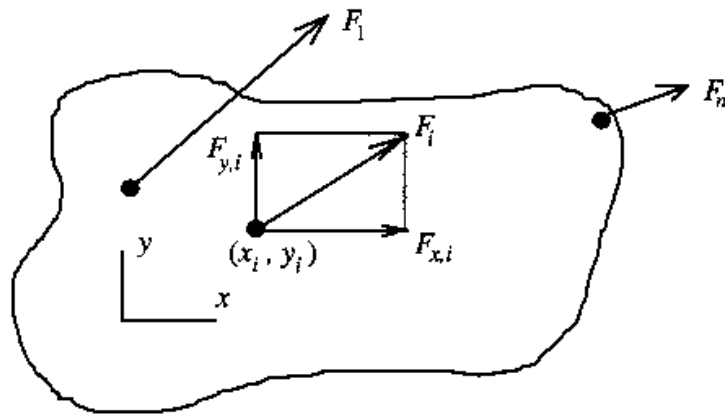
$$F = (F_x^2 + F_y^2)^{1/2} = \sqrt{(F_x^2 + F_y^2)}$$

3D



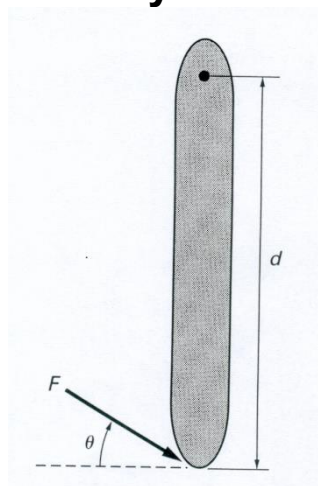
3 składowe $\rightarrow E_x, E_y, E_z$

2D



Warunki równowagi

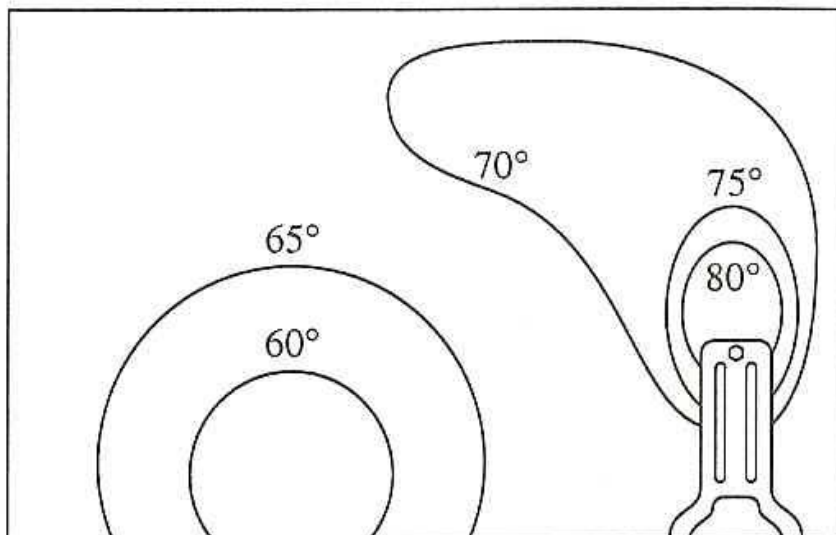
Moment siły → ruch obrotowy



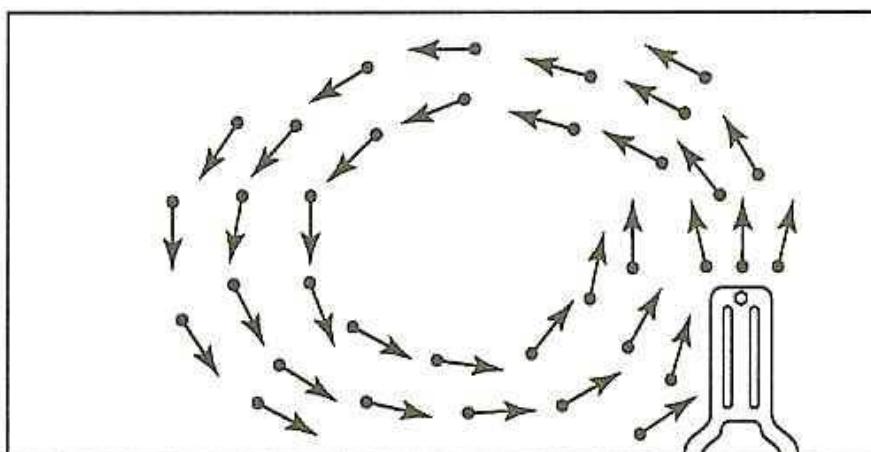
$$L = F \cdot \cos(\theta) \cdot d$$

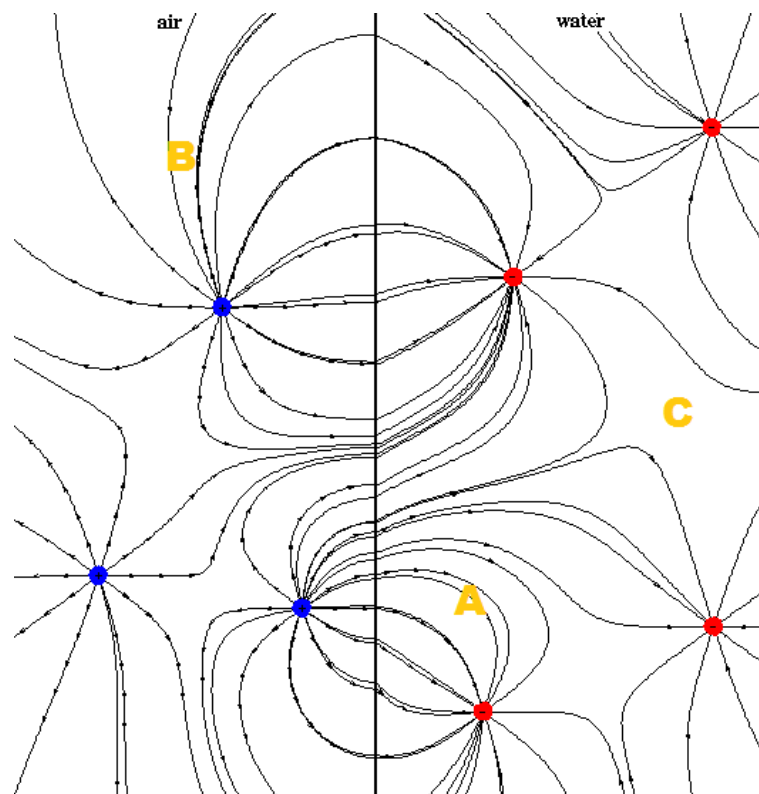
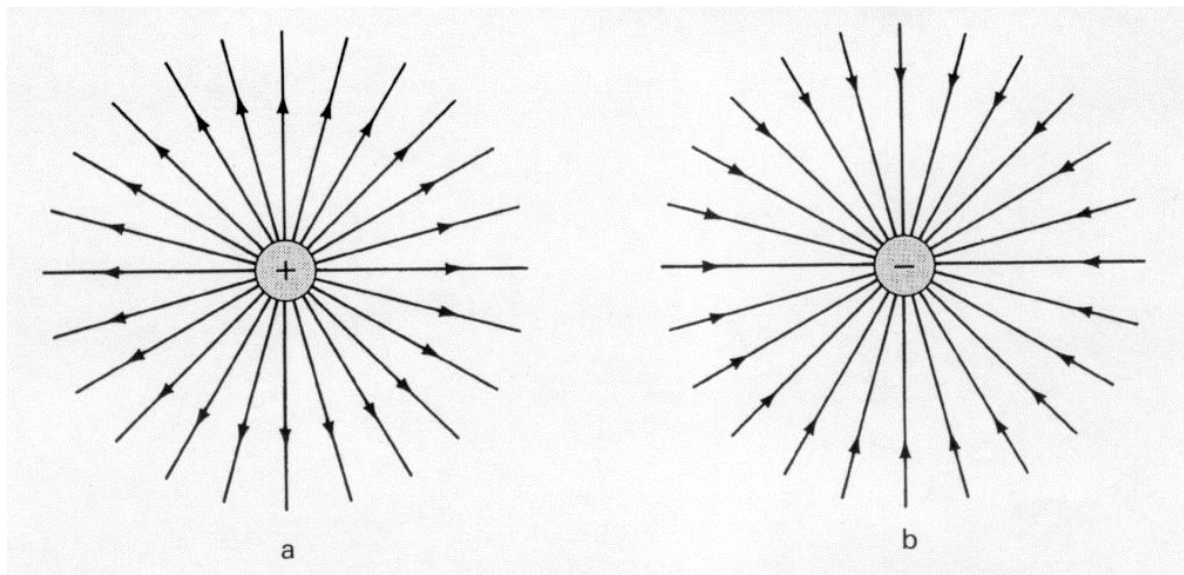
Pojęcie pola w fizyce

Pole skalarne



Pole wektorowe





I.4 Wyrażanie wyników pomiarów

Notacja wykładnicza (10^x)

Liczna	10^x
1,000,000	10^6
100,000	10^5
10,000	10^4
1000	10^3
100	10^2
10	10^1
1	10^0
0.1	10^{-1}
0.01	10^{-2}
0.001	10^{-3}
0.000001	10^{-6}
0.000000001	10^{-9}

Liczba	Prefiks	Symbol
10^9	giga	G
10^6	mega	M
10^3	kilo	k
10^2	hekto	h
10^{-1}	decy	d
10^{-2}	centy	c
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p

Problem

Wartość	10^x	Prefiks
3500000 Hz		
0.024 m		
0.0000013 s		
0.0065 W		
24000 Pa		

Wartość	Power of 10^x	Prefiks
3500000 Hz	$3.5 \cdot 10^6$ Hz	3.5 MHz
0.024 m	$2.4 \cdot 10^{-2}$ m	2.4 cm
0.0000013 s	$1.3 \cdot 10^{-6}$ s	1.3 μ s
0.0065 W	$6.5 \cdot 10^{-3}$ W	6.5 mW
24000 Pa	$2.4 \cdot 10^4$ Pa	240 hPa = 24 kPa

Wartości względne → bezwymiarowe

Wartości bezwzględne → wymiar (jednostka) → przeliczanie jednostek

Skala (jednostka) logarytmiczna → Bell (B)

$$1 \text{ B} = \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$$

I_2 → wartość mierzona

I_1 → wartość referencyjna

Poziom natężenia dźwięku → $I_1 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$

$$\text{Poziom natężenia dźwięku (dB)} = 10 \cdot \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$$

2 generatory dźwięku A i B działając osobno wytwarzają dźwięki 10 dB w punkcie X. Ile wyniesie poziom natężenia dźwięku, gdy działają jednocześnie ?

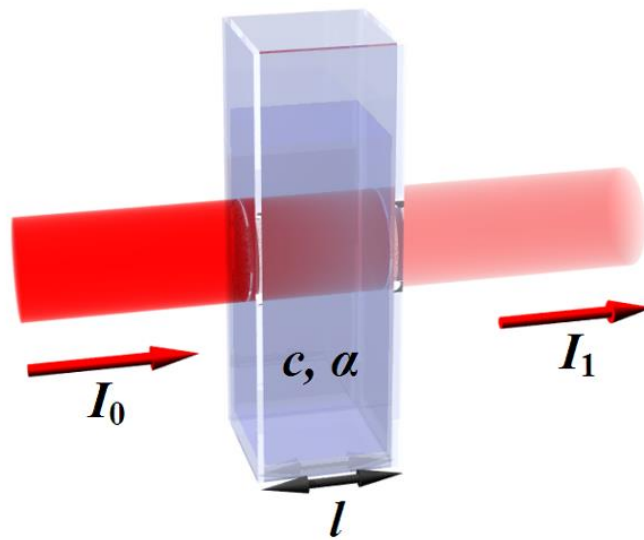
$$A = 10 \cdot \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) = 10 \text{ dB}$$

$$B = 10 \cdot \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) = 10 \text{ dB}$$

$$(A + B) = 10 \cdot \log\left(\frac{2 \cdot I_2}{I_1}\right) = 10 \cdot \log(2) + 10 \cdot \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) = 10 \cdot 0.301 + 10 \approx 13 \text{ dB}$$

Demonstracja → poziom natężenia dźwięku

II) Prawo absorpcji (osłabienia)



$$I_1 = I_0 \cdot \exp(-\alpha \cdot l)$$

$\alpha \rightarrow$ liniowy współczynnik osłabienia/absorpcji

Prawo $\rightarrow$ Beer-Lambert $\rightarrow \alpha = \epsilon \cdot c$

$$I_1 = I_0 \cdot \exp(-\alpha \cdot l) = I_0 \cdot \exp(-\epsilon \cdot c \cdot l)$$

Zawartość (transport) tlenu w krwi $\rightarrow$ saturacja (SpO_2)

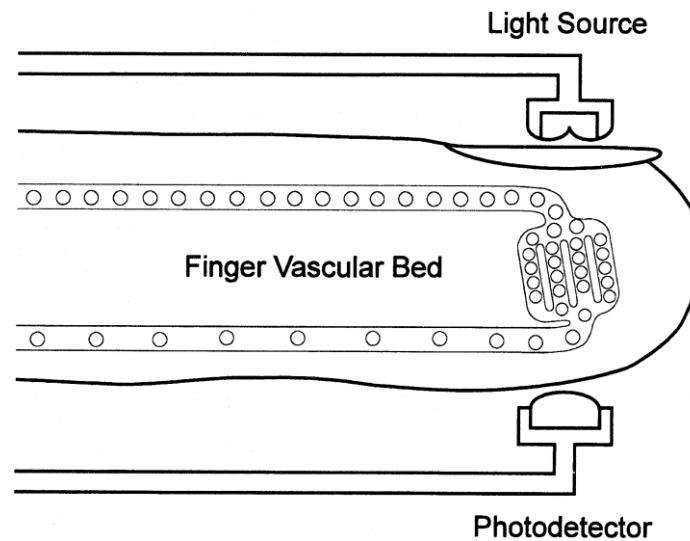
$$SpO_2 = \frac{cHbO}{cHb + cHbO} 100\%$$

Oksy- i deoksy-hemoglobina

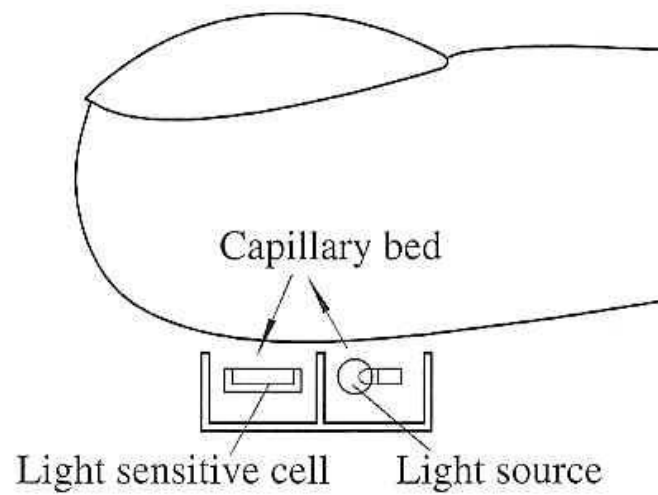
Demonstracja $\rightarrow$ pulsoksymetr

Wyznaczanie $SpO_2 \rightarrow$ Beer-Lambert

Pomiar transmisyjny

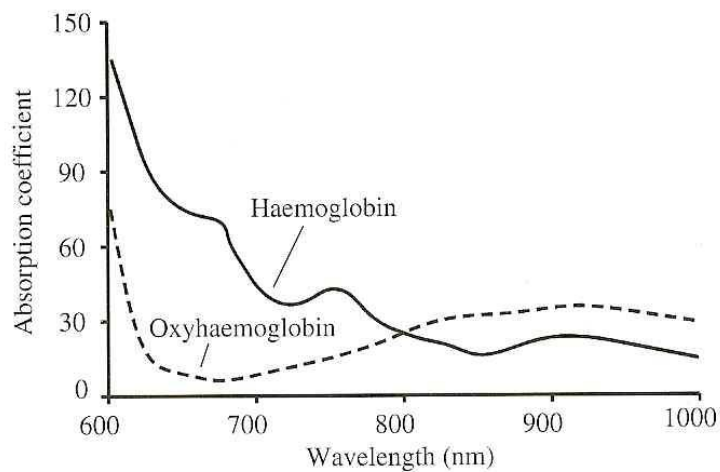


Pomiar odbiciowy



Prawo Beer-Lambert

$$\alpha = \varepsilon * c = \frac{1}{l} \ln \left(\frac{I_0}{I_1} \right)$$



$$\alpha(660 \text{ nm}) \approx A * c_{\text{Hb}}$$

$$\alpha(805 \text{ nm}) \approx B * (c_{\text{Hb}} + c_{\text{HbO}})$$

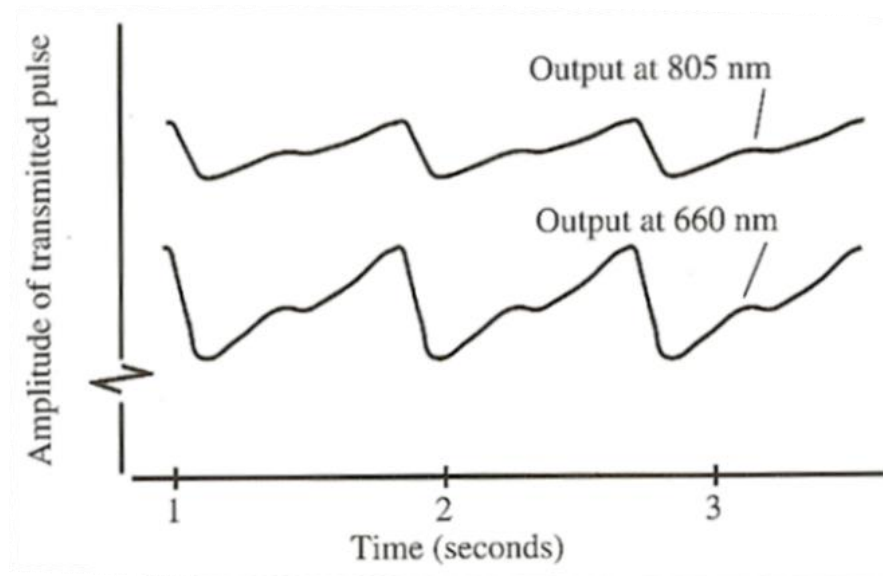
$$\text{SpO}_2 = \left(1 - \frac{B \alpha(660 \text{ nm})}{A \alpha(805 \text{ nm})} \right) 100\%$$

$$\text{SpO}_2 = \left(1 - \frac{B}{A} \frac{\ln(I_0) - \ln(I_1(660 \text{ nm}))}{\ln(I_0) - \ln(I_1(805 \text{ nm}))} \right) 100\%$$

$B/A \rightarrow$ kalibracja

660 nm (czerwone) i 805 nm (IR)

Wynik pomiaru



Problem:

Jak sprawdzić poprawność działania pulsoksymetru?

Wstrzymanie oddechu ~30 s

III.1 Ciała stałe i płyny

Organizm człowieka

- Ciała stałe (kości)
- Płyny (ciecze - płyny ustrojowe, gazy - powietrze)

Kompresja powietrza w trakcie oddychania (wysilony wydech) → maksymalne ciśnienie → 30 mmHg.

Prawo Boyle'a

$$p \cdot V = \text{constant}$$

$$760 \cdot V_1 = (760 + 30) \cdot V_2 = 790 \cdot V_2$$

$$V_2/V_1 = 760/790 = 0.962$$

$$\text{Zmiana objętości} = 1 - 0.962 = 0.038 \approx 4\%$$

Tkanka miękka → zawartość wody → wisko-elastyczny

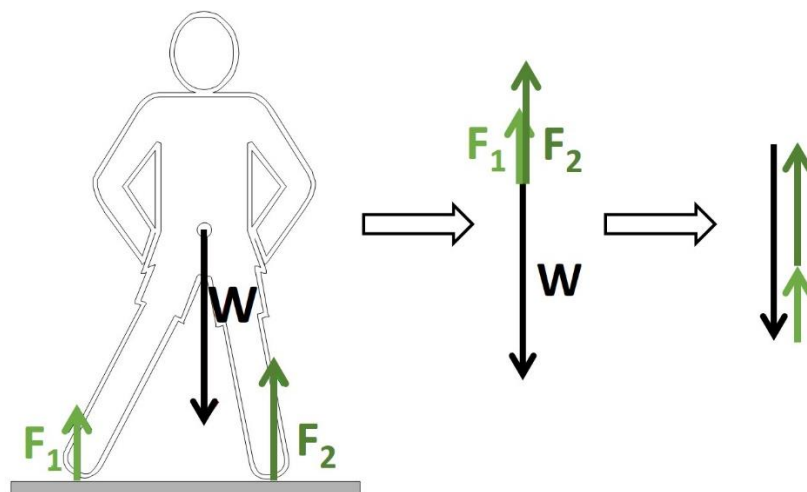
- Statyka (równowaga sił i momentów sił)
- Kinematyka/dynamika (ruch)

Statyka (równowaga)

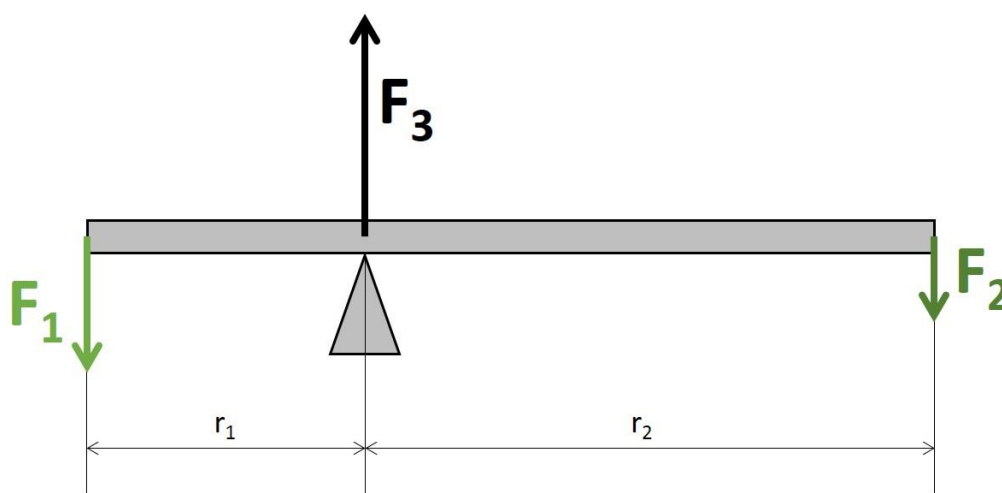
- Duże siły (ciśnienie $\gg 1.5 \text{ MPa}$) → deformacje
- Małe siły → przybliżenie bryły sztywnej → warunki równowagi

III.2 Statyka – warunki równowagi ciał stałych

Równowaga sił



Równowaga momentów sił



Zapis matematyczny 2D

Przesunięcie

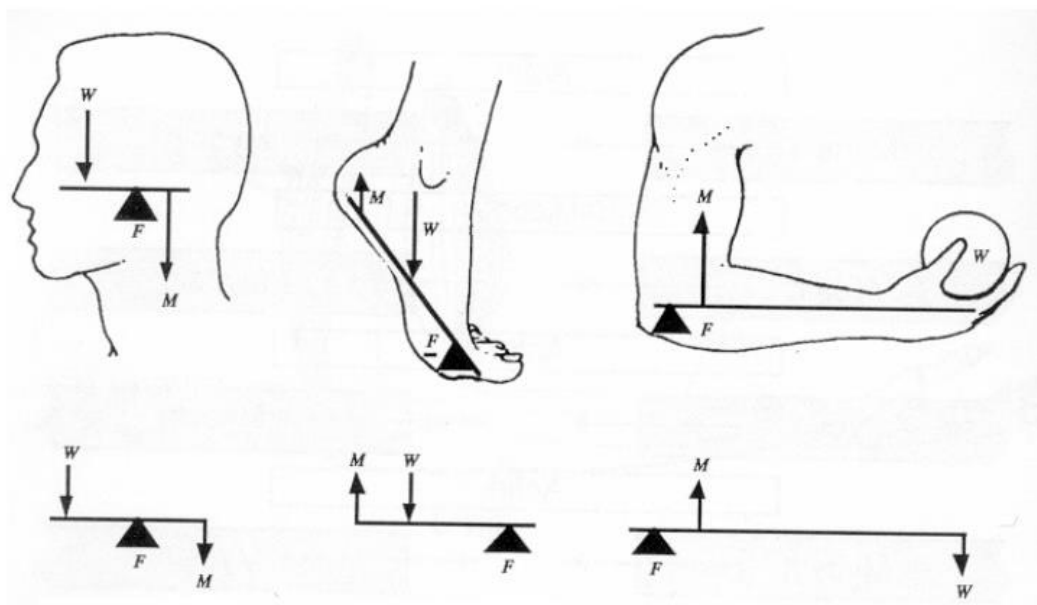
$$[1] \rightarrow \sum_{i=1}^n F_i^x = F_1^x + F_2^x + F_3^x + \dots + F_n^x = 0$$

$$[2] \rightarrow \sum_{i=1}^n F_i^y = F_1^y + F_2^y + F_3^y + \dots + F_n^y = 0$$

Obrót

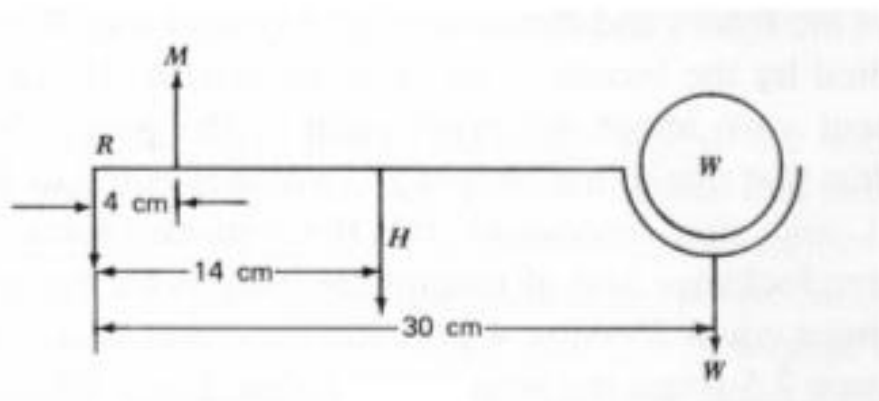
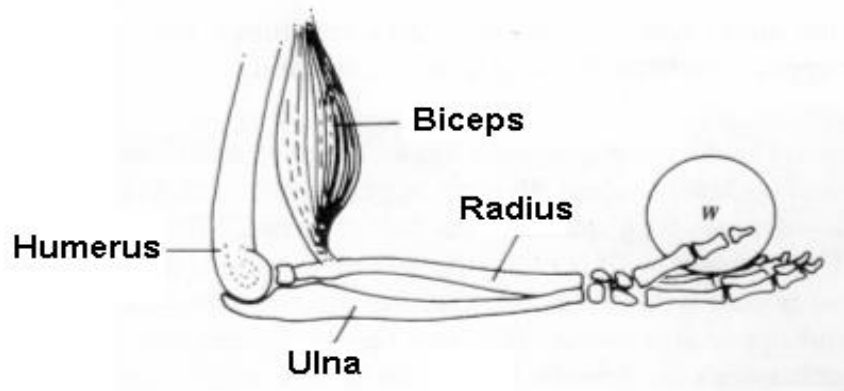
$$[3] \rightarrow \sum_{i=1}^n (F_i^x x_i - F_i^y y_i) = 0$$

Modele wybranych części ciała



F → punkt podparcia (oś obrotu)

Model przedramienia



Geometria → „standard man”

Równowaga sił → $M = R + H + W$

Równowaga momentów

$$4 \cdot M = 14 \cdot H + 30 \cdot W \rightarrow M = 3.5 \cdot H + 7.5 \cdot W$$

$$H = 20 \text{ N} \rightarrow \text{masa} = 2 \text{ kg}$$

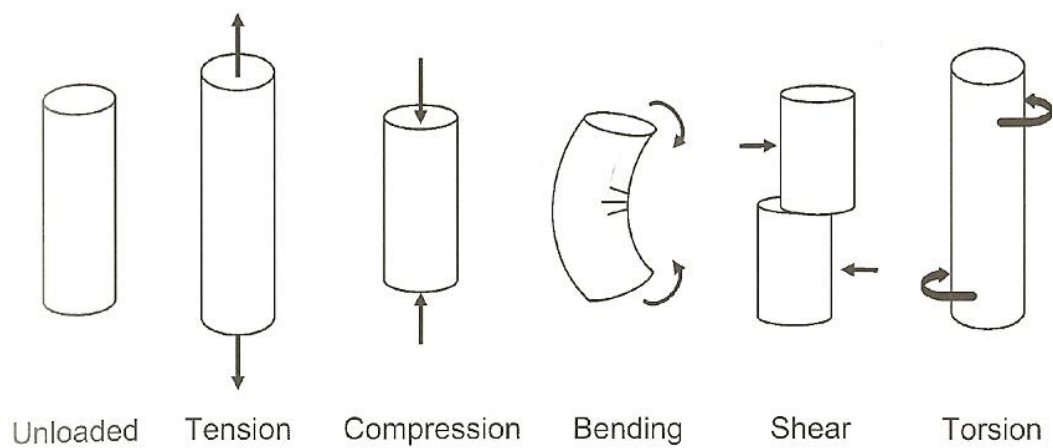
$$W = 100 \text{ N} \rightarrow \text{masa} = 10 \text{ kg}$$

$$M = 820 \text{ N}$$

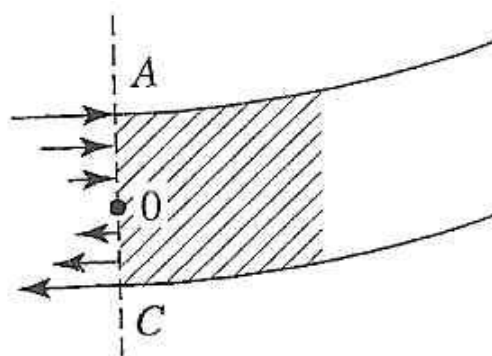
100 N (masa ~10 kg) wymaga siły 820 N → anatomia bardzo nieefektywna → koszt zakresu ruchu przedramienia

III.3 Sprężystość materiałów

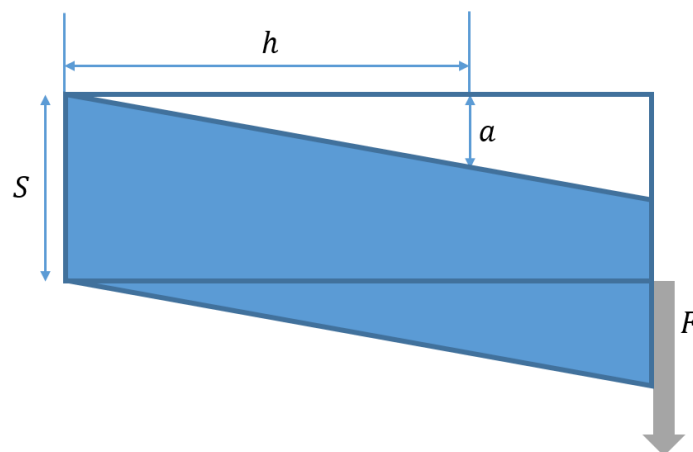
Deformacja obiektu



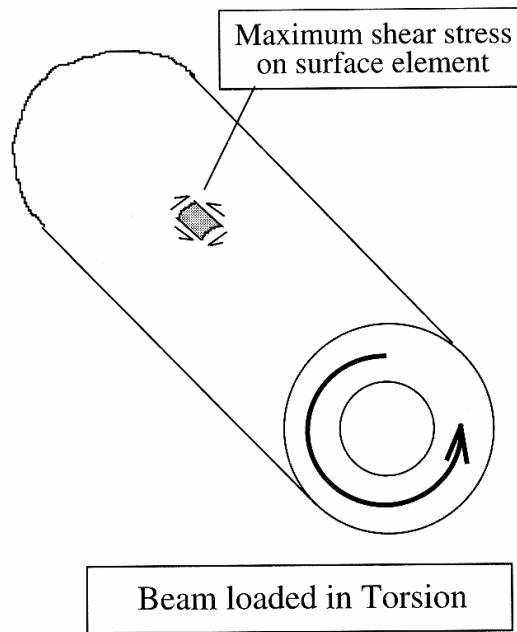
Zginanie



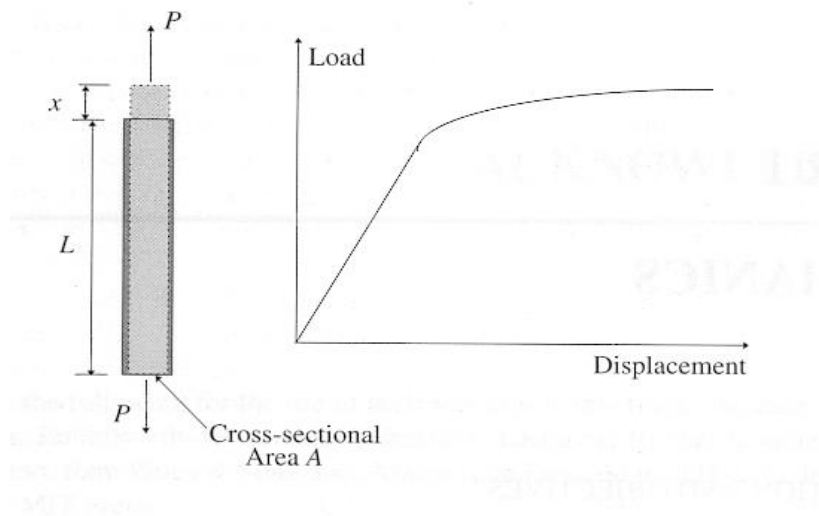
Ścinanie



Skręcanie



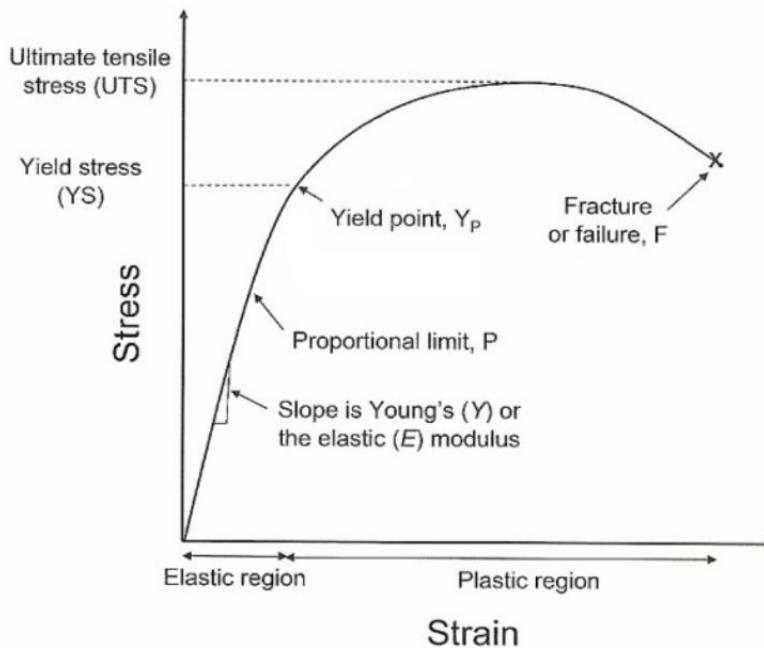
Zależność siła rozciągająca/deformacja



Odształcenie względne $\rightarrow \epsilon = \frac{x}{L}$

Napężenie $\rightarrow \sigma = \frac{P}{A}$

Zależność naprężenie/odkształcenie względne



Obszar elastyczny → powrót do pierwotnych wymiarów → brak odkształceń trwałych

YP (yield point) → granica plastyczności → odkształcenie trwałe → obszar plastyczności

Granica odkształcenia liniowego → P

Prawo Hooke'a

$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

E → moduł elastyczności (Younga)

[E] = [σ] = N/m² → ciśnienie

Ciśnienie atmosferyczne $\rightarrow \sim 1000 \text{ hPa} \approx 0.1 \text{ MPa}$
Maksymalne ciśnienie w organizmie $\approx 1.5 \text{ MPa}$

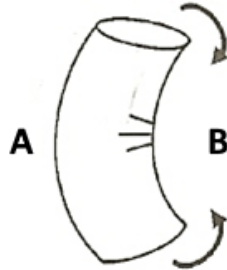
Człowiek kość długa

Deformacja	Maksymalne napężenie [MPa]
Rozciąganie - $\parallel$	130
Rozciąganie - $\perp$	50
Ściskanie - $\parallel$	195
Ściskanie - $\perp$	135
Ścinanie	70

Deformacja	Maksymalne odkształcenie [%]
Rozciąganie - $\parallel$	2.9
Ściskanie - $\parallel$	2.2
Zginanie	1.8

Problem

W którym miejscu (A lub B) rozpocznie się złamanie.



Przykład

Fizjologiczne ściskanie kości udowej. Długość $L = 0.5$ m, przekrój $A = 370 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$, masa ciała $m = 70$ kg, moduł Younga $E = 17.9$ GPa.

Waga ciała = siła $\rightarrow W = m \cdot g = 70 \cdot 9.81 \text{ N} \approx 700 \text{ N}$
 $A = 370 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$

Napężenie $\sigma = W/A = 700/(370 \cdot 10^{-6}) \text{ N/m}^2 \approx 1.8 \text{ MPa}$

Prawo Hooke'a

$\sigma = E \cdot \varepsilon \rightarrow \varepsilon = \sigma/E = (1.8/17.9) \cdot 10^{-3} = 0.1 \cdot 10^{-3} \approx 0.01\%$

Odształcenie bezwzględne kości udowej:

$x = \varepsilon \cdot L = (0.1 \cdot 10^{-3}) \cdot 0.5 \text{ m} = 50 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 50 \text{ } \mu\text{m}$

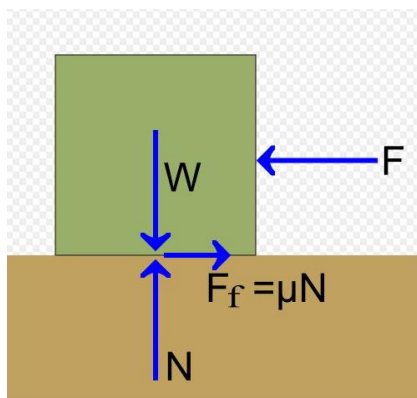
Poprawki:

- 2 nogi $\rightarrow x = 25 \text{ } \mu\text{m}$
- Masa powyżej kości udowej = 2/3 całkowitej masy
 $m_{\text{above}} = 2/3 m_{\text{total}} \rightarrow x \approx 17 \text{ } \mu\text{m}$

III.4 Własności płynów - lepkość

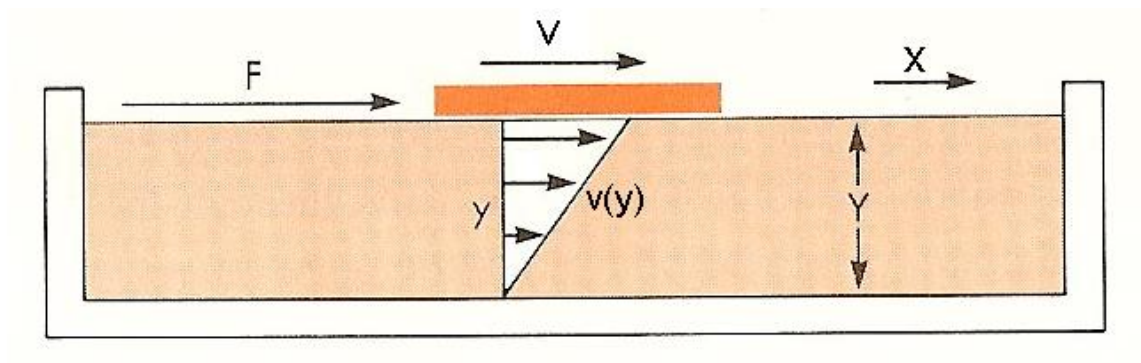
Lepkość

Ciało stałe → tarcie

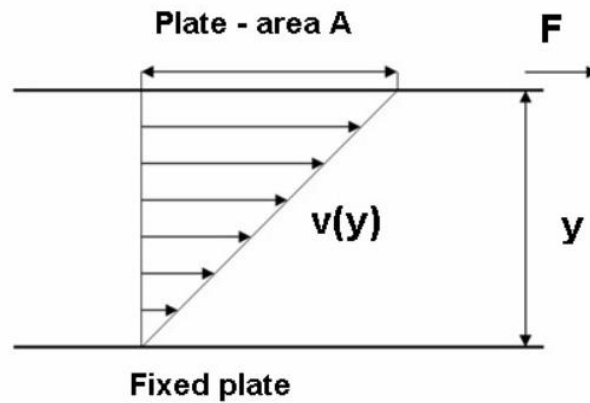


μ → współczynnik tarcia

Płyn → lepkość



Siła F aby przesunąć płytkę po powierzchni z prędkością v



Wzór Newtona

$$F = \mu * A * \frac{v}{y}$$

$\mu \rightarrow$ współczynnik lepkości

Jednostki $\rightarrow$ układ SI

$$N*s/m^2 = Pa*s$$

$$1 \text{ poise [P]} = 0.1*Pa*s$$

Material	Lepkość [Pa*s]	Lepkość [cP]
Powietrze	$1.8*10^{-5}$	0.018
Woda	$1*10^{-3}$	1
Krew	$\sim 4*10^{-3}$	4
Surowica	$1.2*10^{-3}$	1.2
Gliceryna	$8.3*10^{-3}$	8.3

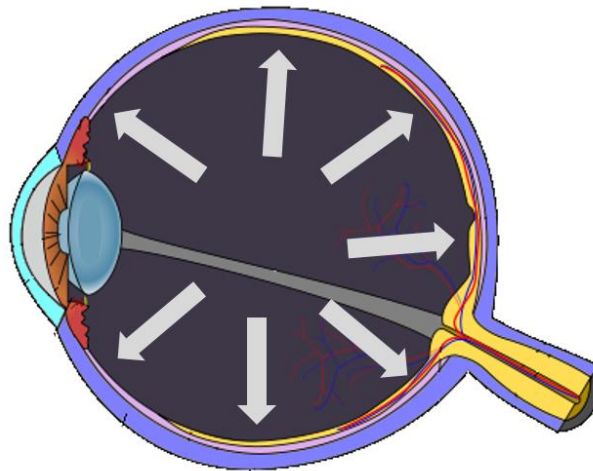
$\mu \rightarrow$ temperatura

$\mu \rightarrow$ hematokryt

III.5 Statyka płynów – prawa fizyczne

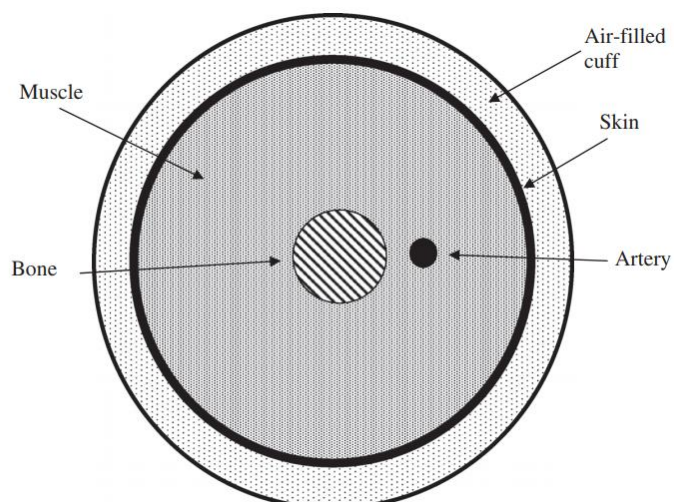
Różne prawa fizyczne → Pascal, Archimedes, Dalton, Henry, Avogadro, ...

Ciśnienie wewnątrz gałki ocznej

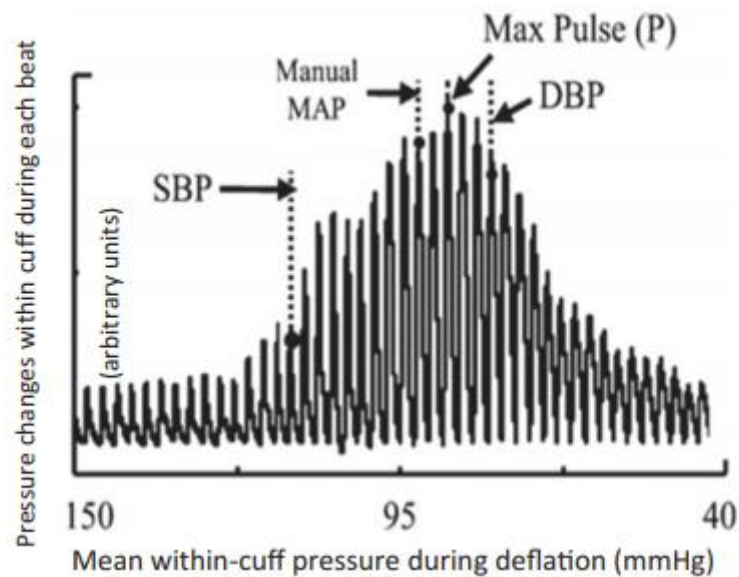
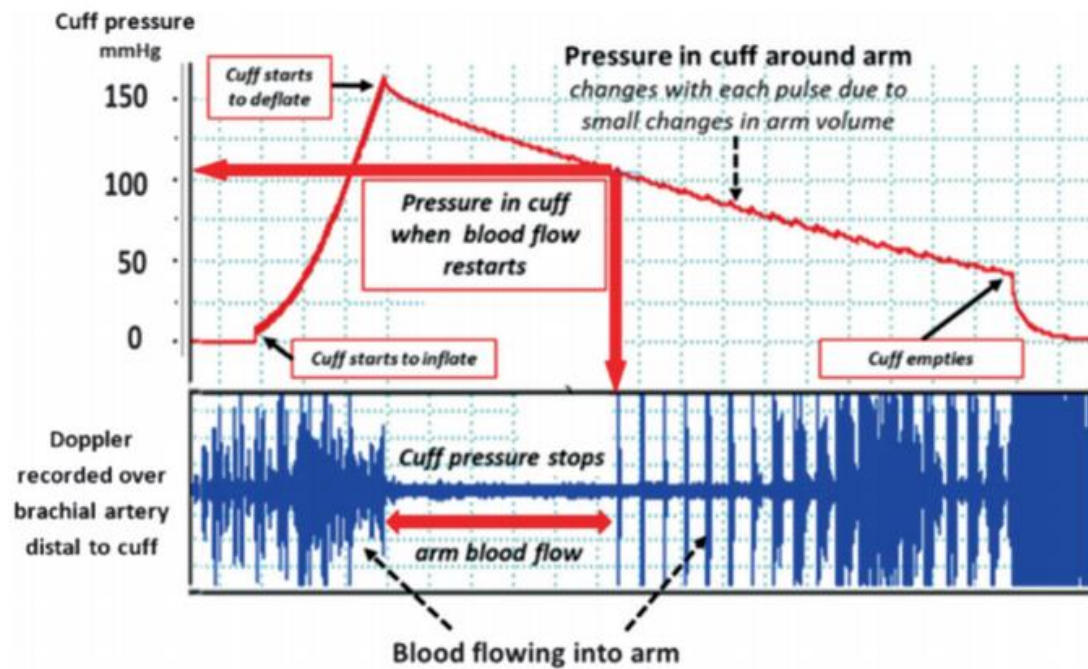


III.6 Pomiar ciśnienia

Metoda oscylometryczna

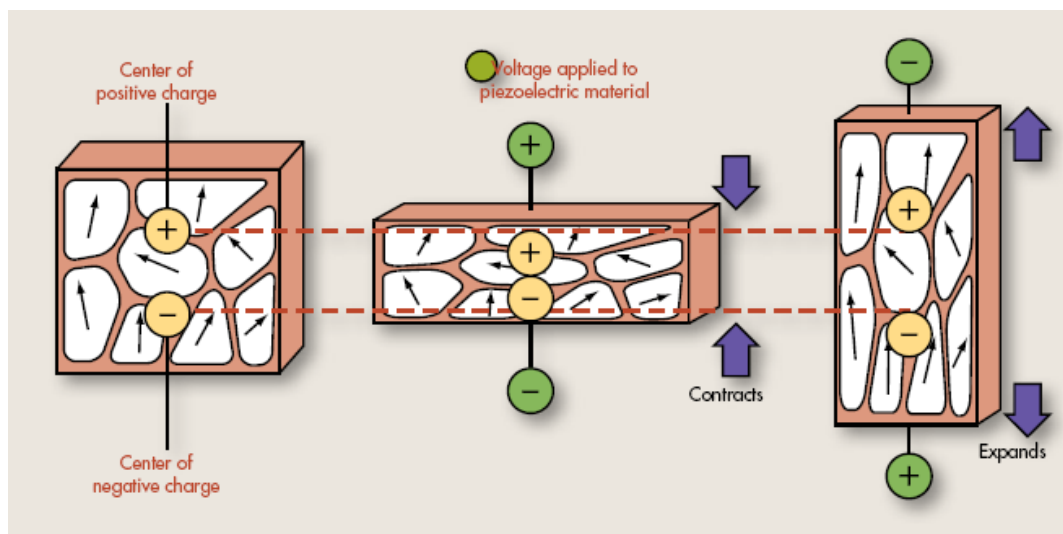


Pomiar



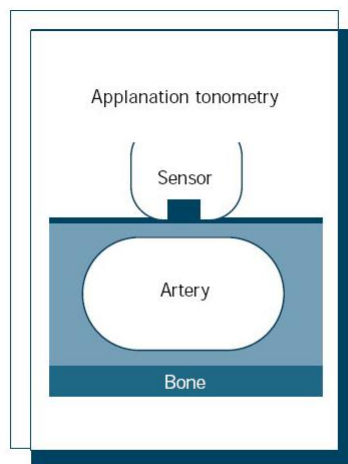
Demonstracja → ciśnieniomierz nadgarstkowy

Element piezoelektryczny

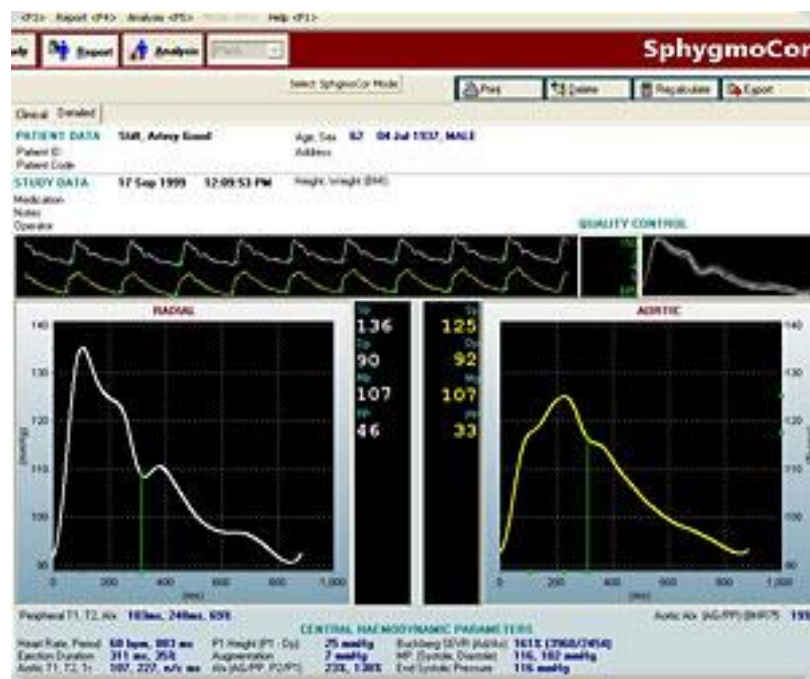


Tonometria aplanacyjna

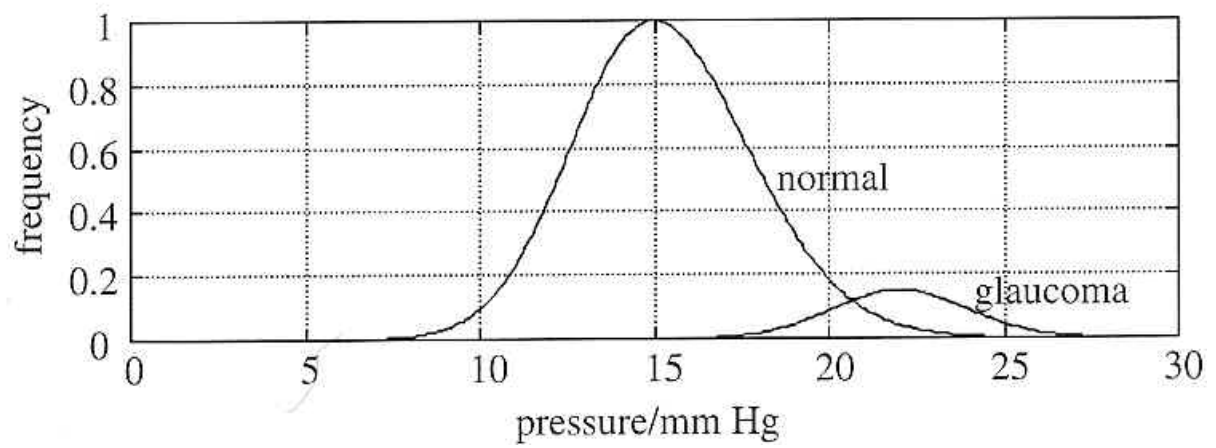
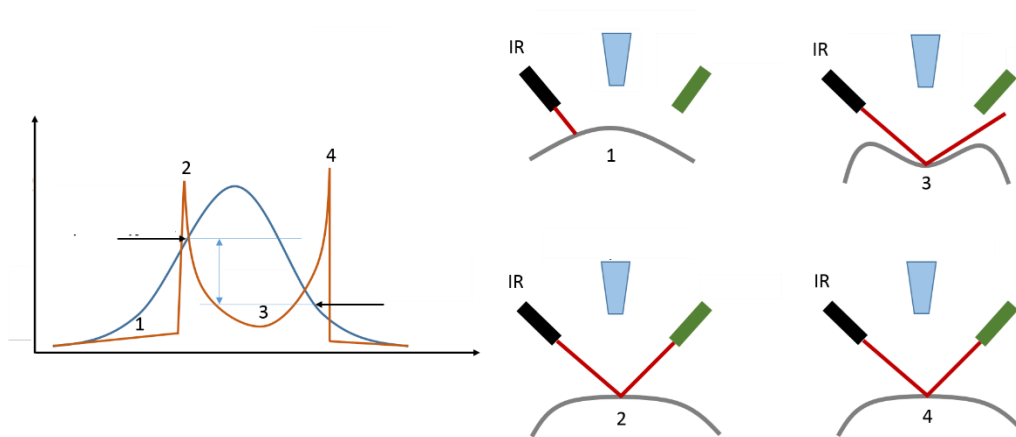
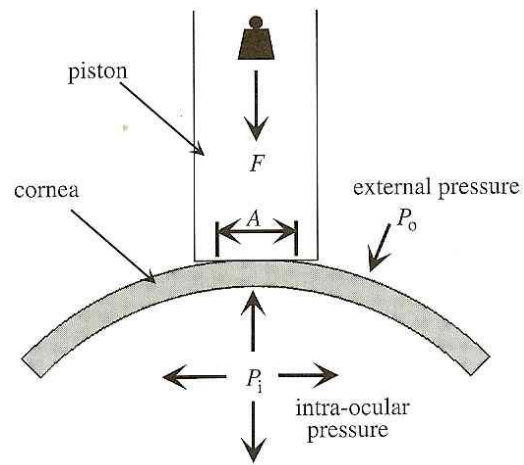




Przykładowy wynik badania

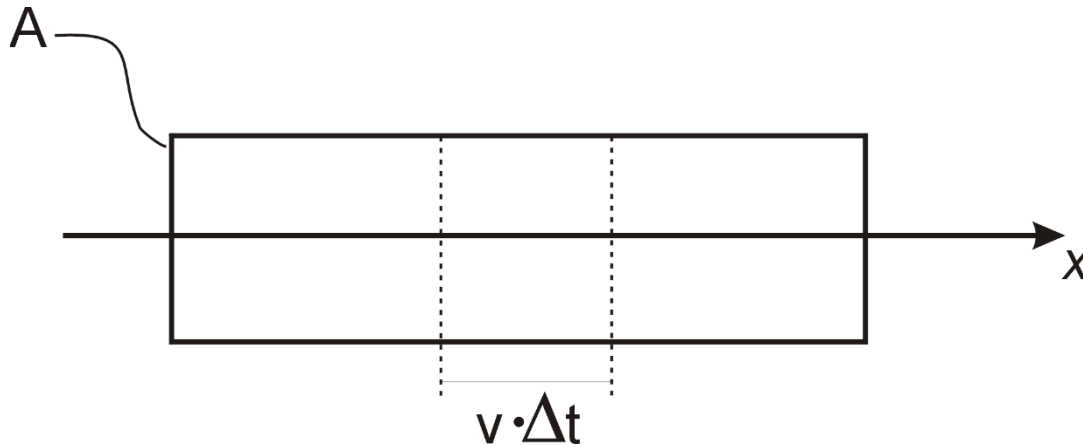


Tonometr „Air-puff”



Ilościowy opis przepływu → strumień

$$\text{Strumień} = \frac{\text{Przepływ wielkości fizycznej}}{(\text{Powierzchnia}) * (\text{Czas})}$$



Prędkość przepływu → v

Objętość przepływająca w czasie Δt

$$V = A * v * \Delta t$$

Strumień objętości

$$\Phi_v = \frac{V}{A \Delta t} = \frac{Q}{A}$$

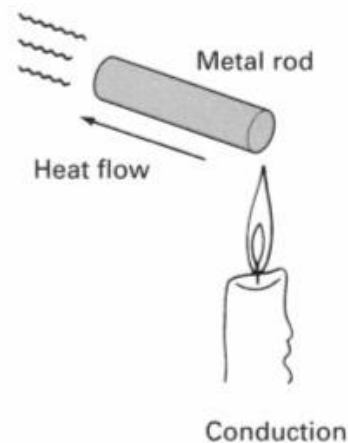
Przepływ objętościowy $Q \rightarrow [Q] = \text{ml/s}$

$$Q = \Phi_v * A \rightarrow \text{stosowany klinicznie}$$

Strumień masy

$$\Phi_m = \frac{m}{A \Delta t} = \frac{\rho V}{A \Delta t} = \rho \Phi_v$$

Opis biofizyczny transportu



$\Delta x \rightarrow$ długość

$$\Delta T = T_{NH} - T_H$$

Strumień ciepła w ciele stałym

$$\Phi_H = -\sigma_H \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

$\Phi_H \rightarrow$ Strumień ciepła $\rightarrow [\Phi_H] = \text{J}/(\text{m}^2 \text{ s})$

$\sigma_H \rightarrow$ przewodność cieplna

$\frac{\Delta T}{\Delta x} \rightarrow$ gradient temperatury

Ogólna formuła

Strumień = (constant)*(„siła wywołująca przepływ”)

Konwekcja → strumień wywołany przez gradient ciśnienia

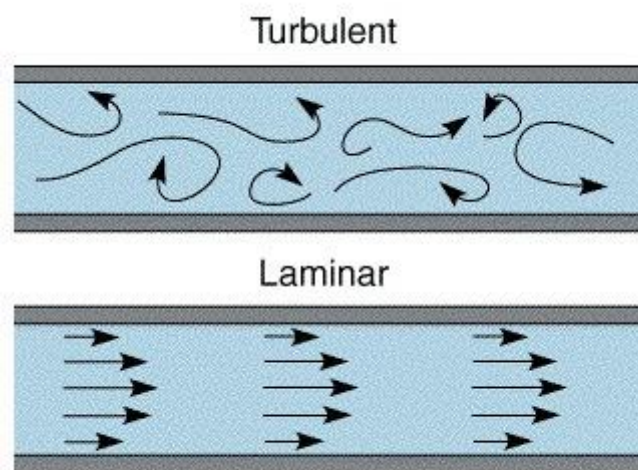
Rurka ($A = \pi R^2$) i długości → Δx

$$\Phi_v = \frac{Q}{\pi R^2} = -\kappa \frac{p(\Delta x) - p(0)}{\Delta x} = -\kappa \frac{\Delta p}{\Delta x}$$

$\frac{\Delta p}{\Delta x}$ → gradient ciśnienia

Założenia:

- Przepływ laminarny
- Płyn nielepki i nieściśliwy



Klasyfikacja przepływu → liczba Reynoldsa (Re)

$$Re = \frac{v R \rho}{\mu}$$

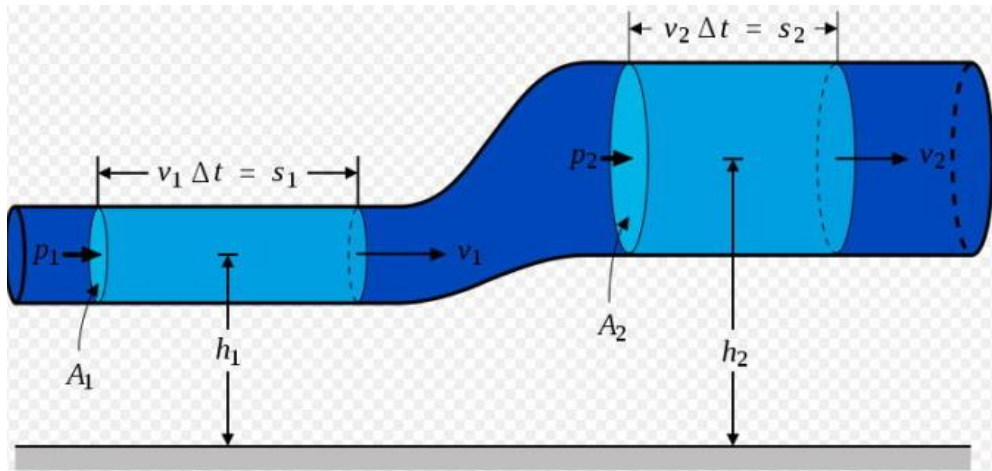
v → prędkość, R → średnica, ρ → gęstość, μ → lepkość

$0 < Re \leq 2000$ → laminarny

$2000 < Re \leq 10000$ → przejście laminarny-turbulentny

$10000 < Re$ → turbulentny

Dla płynu nielepkiego i przepływu laminarnego zachodzi zasada zachowania energii → równanie Bernoulliego



$$p + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{constant}$$

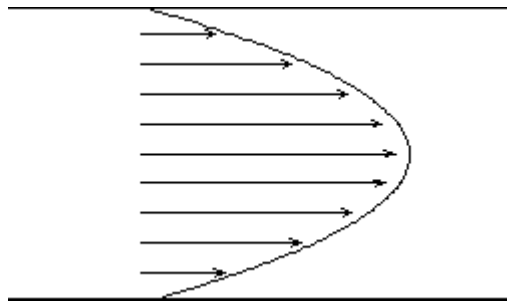
$p \rightarrow$ ciśnienie statyczne, $\rho \rightarrow$ gęstość, $h \rightarrow$ wysokość, $v \rightarrow$ prędkość

$$[p] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{m}^3} = \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$$

**Równanie ciągłości przepływu $\rightarrow V_1 = V_2 \rightarrow$ płyn nieściśliwy
 $\rightarrow$ objętość = constant**

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

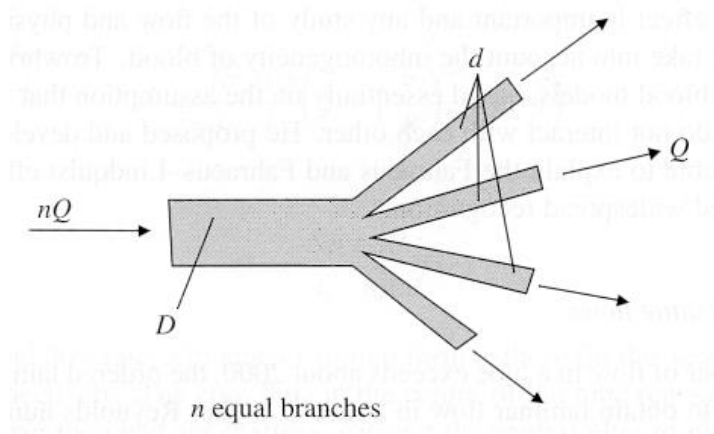
Rozkład prędkości cieczy lepkiej w rurze



Prawo Hagen a i Poisseuille'a

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\mu} \frac{\Delta p}{\Delta x}$$

Analogia z prawem Ohma dla przepływu prądu elektrycznego → opór naczyniowy



$$nQ = \frac{\pi D^2}{4} v_D \rightarrow v_D = \frac{4nQ}{\pi D^2}$$

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} v_d \rightarrow v_d = \frac{4Q}{\pi d^2}$$

v_d and $v_D \rightarrow [v] = \text{m/s}$

$$\frac{v_d}{v_D} = \frac{D^2}{nd^2}$$

Organizm człowieka $\rightarrow n = 2$ i $d = 0.8 \cdot D$

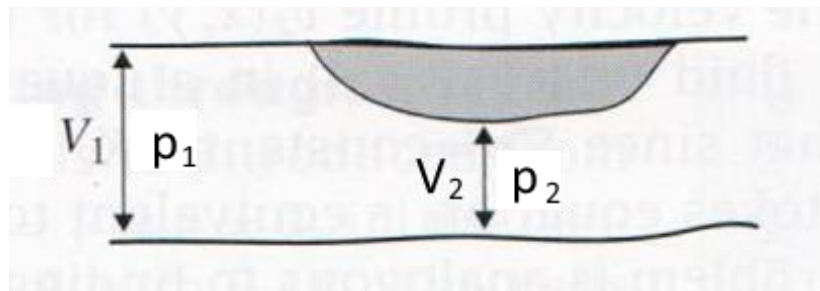
$$A_d = 2 \frac{\pi d^2}{4} = 2 \frac{\pi (0.8D)^2}{4} = 1.28 \frac{\pi D^2}{4} = 1.28 \cdot A_D$$

Prędkość $\rightarrow v_d < v_D$

Re $\rightarrow \text{Re}_d < \text{Re}_D$

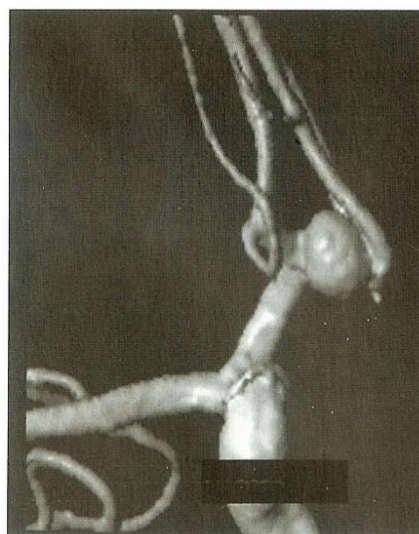
Problem

Zależność między p_1 i p_2 ?



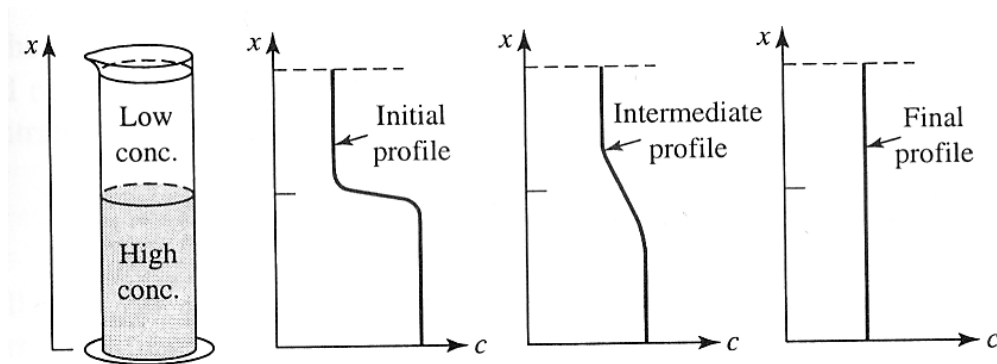
- 1) Równanie ciągłości
- 2) Równanie Bernoulliego

Tętniak



$$p_1 > p_2$$

Strumień objętości wywołany gradientem stężenia



1-sze prawo Ficka

$$\Phi = -D \frac{\Delta c}{\Delta x}$$

$D \rightarrow$ współczynnik dyfuzji $\rightarrow [D] = \text{cm}^2/\text{s}$

$$D = \frac{kT}{6\pi a\mu}$$

$k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \rightarrow$ stała Boltzmann

$D(\text{gaz}) > \sim 1000 \cdot D(\text{ciecz})$

Oszacowanie → $D = 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$

Odległość	t
10 nm	20 ns
1 μm	0.2 ms
10 μm	20 ms
100 μm	2 s
250 μm	10 s
1 mm	3 min
2 mm	11 min
2 cm	7.7 d
1 m	5.4 y

Transport masy/objętości w organizmie

1) Dyfuzja → skala komórkowa

$$\Phi = -D \frac{\Delta c}{\Delta x}$$

2) Konwekcja → skala ustrojowa

$$\Phi_v = -\kappa \frac{\Delta p}{\Delta x}$$

$$\Phi_m = \rho * \Phi_v = \Phi$$

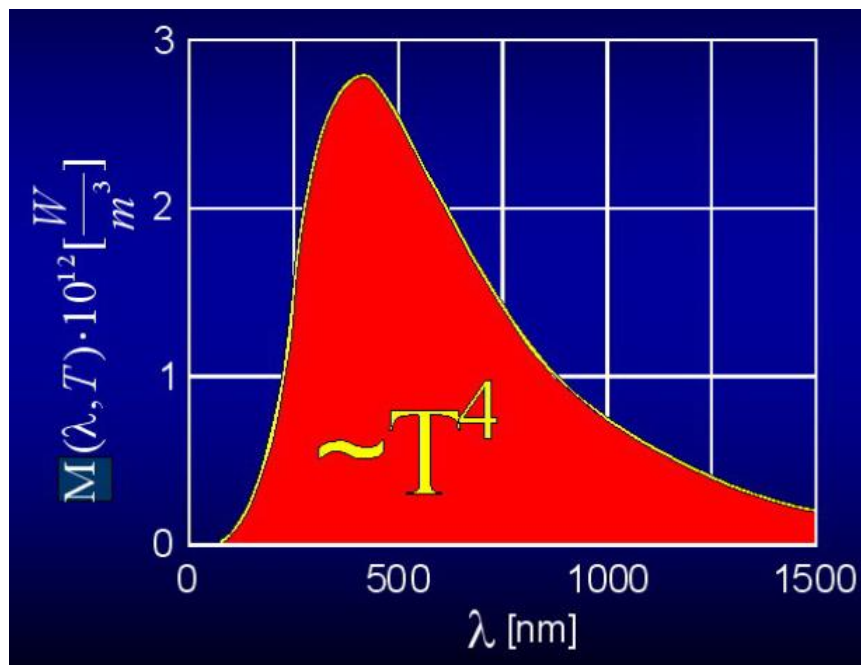
IV.1 Termodynamiczna charakterystyka stanu układu

Parametry termodynamiczne → temperatura, ciśnienie, objętość, energia wewnętrzna, entropia, entalpia, ...

Pomiar temperatury

1) Termometr półprzewodnikowy → $R = f(T)$

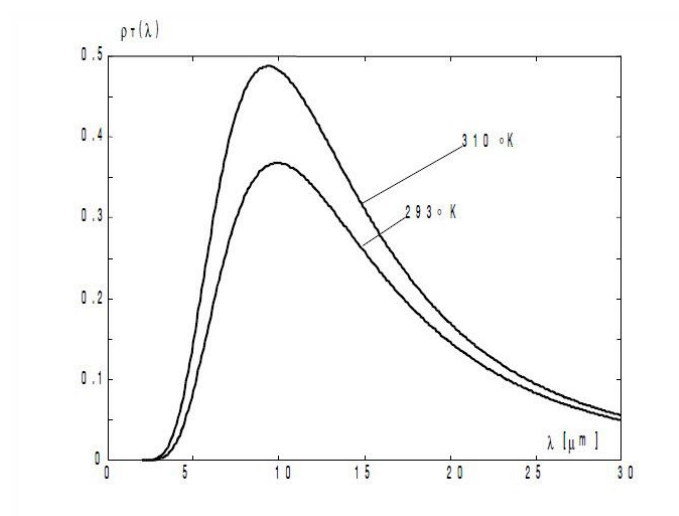
2) Termometr IR → każde ciało o $T > 0$ K emituje promieniowanie EM



Prawo Stefana i Boltzmannna

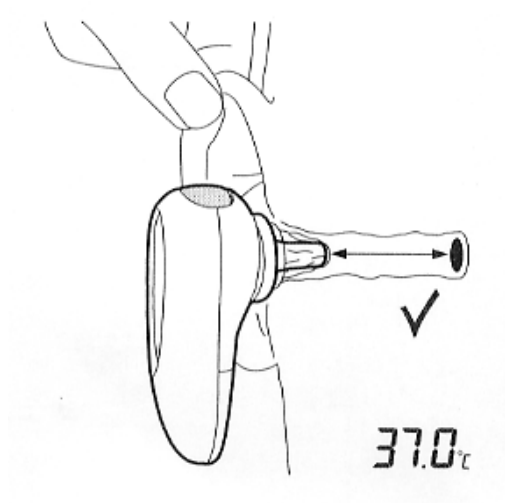
Emitowane promieniowanie $\sim T^4$

Powierzchnia ciała

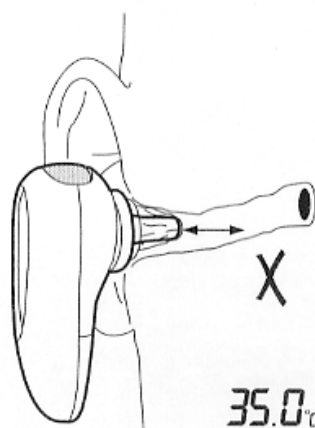
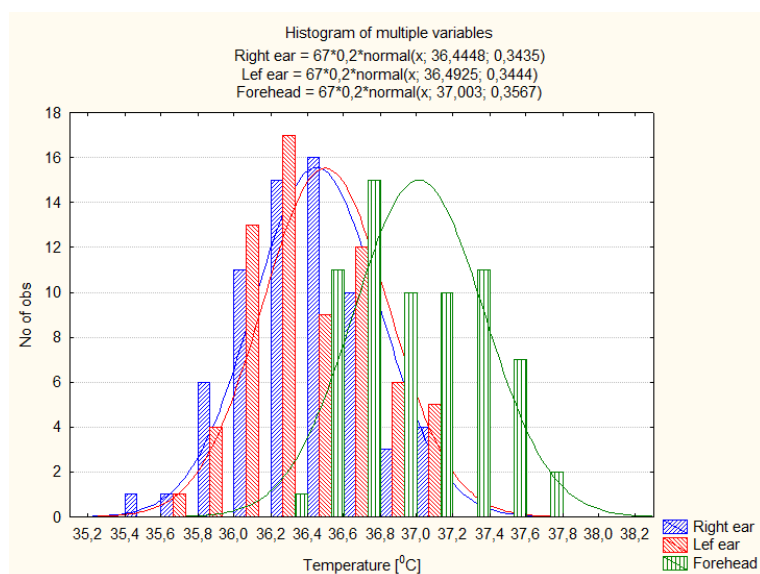
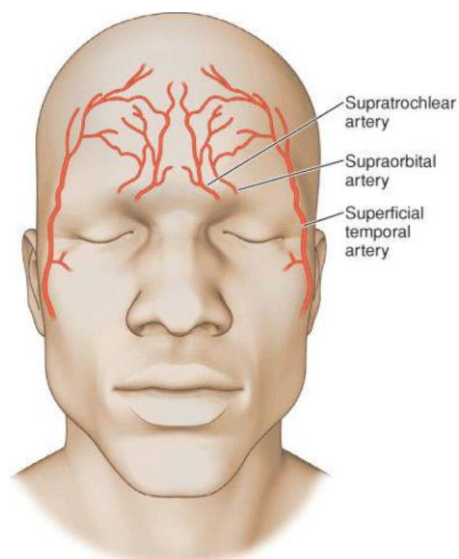


Czujniki półprzewodnikowe → PbTe, InSb, CdHgTe, ...

2.1 Temperatura błony bębenkowej

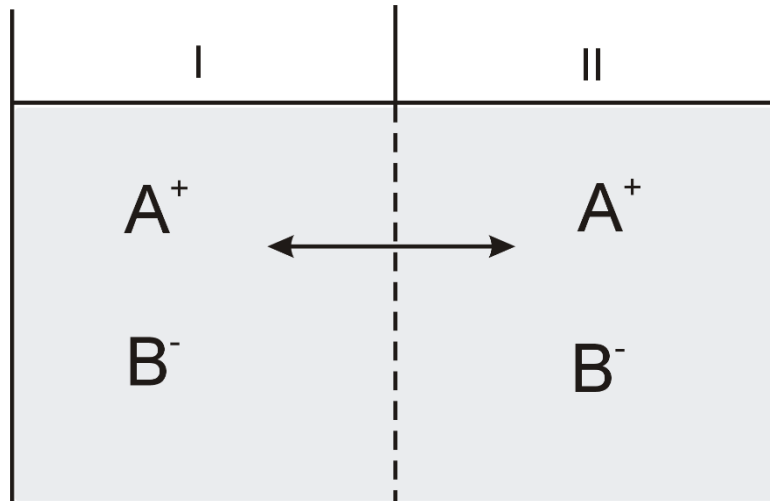


2.2 Temperatura skóry (czoło – tętnica skroniowa)



IV.2 Opis układu w stanie równowagi i w stanie stacjonarnym

Transport jonów (H^+ , Na^+ , Cl^- , K^+ , Mg^{++} , Ca^{++}) przez błonę
→ równanie elektro-dyfuzji



$$(c_{AB}^I)_P \neq (c_{AB}^{II})_P$$

Jon A przenika przez błonę a jon B nie

Mechanizm procesu

Równanie Nernsta → stan równowagi

$$\Delta\psi = \psi_I - \psi_{II} = \frac{RT}{ZF} \ln\left(\frac{c_A^{II}}{c_A^I}\right)$$

ψ → potencjał elektryczny

T → temperatura

Z → ładunek

$R = 8.31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$ → stała gazowa

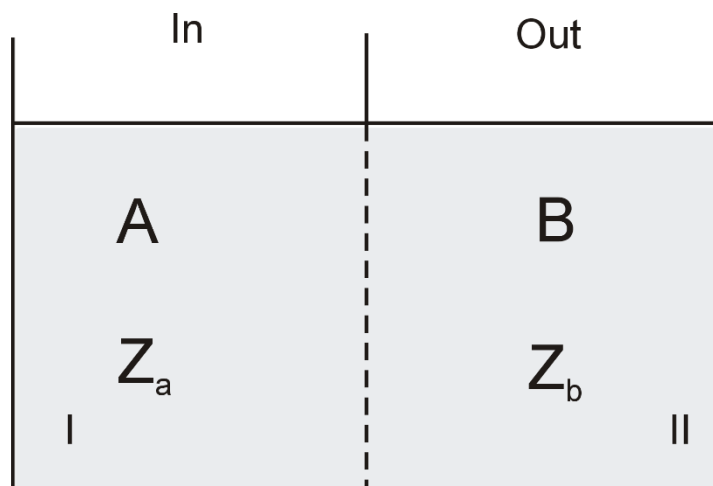
$F = N_{Av} \cdot e = 95480 \text{ C/mol}$ → stała Faradaya

Erytrocyt

$$\Delta\psi = \psi_{\text{In}} - \psi_{\text{Out}}$$

Jon	Surowica (Out) (mM)	Cytoplazma (In) (mM)	$\Delta\psi$ Nernst (mV)
K+	5	150	-92
Na+	145	16	59
Cl-	115	75	-12
Total			-45

Potencjał spoczynkowy → stan stacjonarny



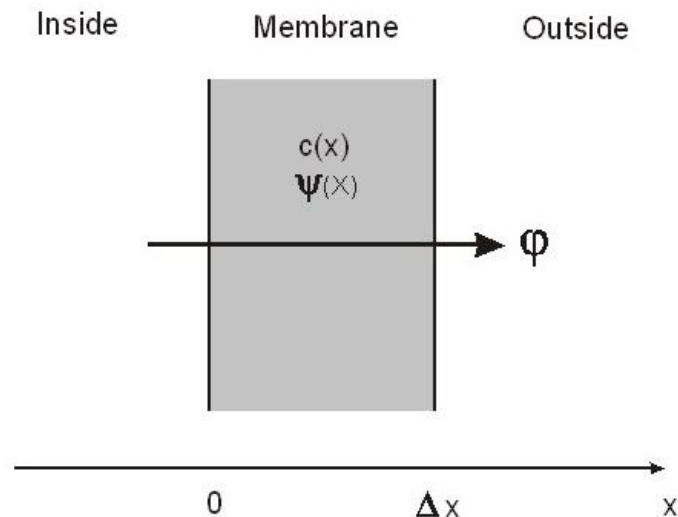
A, B → 2 jony ($Z_a = +1$, $Z_b = -1$)

Różne stężenia jonów In i Out → $c_A^I, c_A^O, c_B^I, c_B^O$

$$\Phi_a Z_a + \Phi_b Z_b = 0$$

Obliczenie potencjału spoczynkowego

- 1) Różna dyfuzja przez błonę A i B → różne współczynniki dyfuzji
- 2) Różne gradienty koncentracji dla A i B → „siły napędowe” różne
- 3) Różne rozkłady c i $\Delta\psi$ w błonie



Potencjał spoczynkowy

$$\Delta\psi = \frac{RT}{F} \ln\left(\frac{P_A c_A^{\text{Out}} + P_B c_B^{\text{In}}}{P_A c_A^{\text{In}} + P_B c_B^{\text{Out}}}\right)$$

$P \rightarrow$ przepuszczalność błony $= D/\Delta x$

Erytrocyt

Jon	Plasma (Out) (mM/L)	Cytoplazma (In) (mM/L)	P
K+	5	150	1.00
Na+	145	16	0.04
Cl-	115	75	0.45

A $\rightarrow$ Na⁺ and K⁺, B $\rightarrow$ Cl⁻, T = 310 K

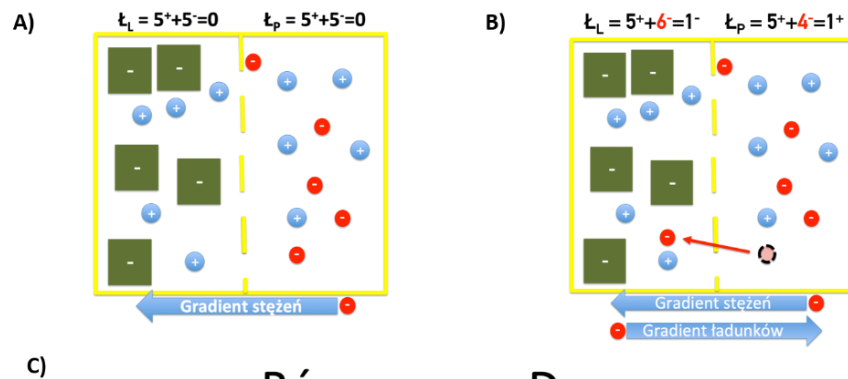
$$\Delta\psi = \frac{RT}{F} \ln \left(\frac{P_{Cl} c_{Cl}^{In} + P_{Na} c_{Na}^{Out} + P_K c_K^{Out}}{P_{Cl} c_{Cl}^{Out} + P_{Na} c_{Na}^{In} + P_K c_K^{In}} \right)$$

$$\Delta\psi = 0.027 \cdot \ln \left(\frac{0.45 \cdot 75 + 0.04 \cdot 145 + 1 \cdot 5}{0.45 \cdot 115 + 0.04 \cdot 16 + 1 \cdot 150} \right) \approx 0.027 \cdot \ln(0.06)$$

$$= -41 \text{ mV}$$

Potencjał Nernsta = -45 mV

Równowaga Donnana



Równowaga Donnana

